

数学科における言語活動の明確化

—数学的な思考力を高めるための言語活動—

河原 弘幸 長田 正臣 中林 雅史

数学的な思考力を高める手段として、言語活動は大きな役割を担っているのではないだろうか。ここでは、数学の授業ではどのような言語活動が行われているのか。また、それらが数学的な思考力を高めるうえで、どのように効果的に働いているのかを明らかにしていきたい。

I 課題学習

1 本校数学科が考える課題学習

本校が考える課題学習とは、「課題の把握に始まり、把握された課題に対して、生徒自身が解決に立ち向かう一連の活動」である。また、課題学習の学習過程は、課題の設定・把握→課題の追究・解決→課題の定着・発展の順で進められる。この考え方をもとに本校数学科では課題学習を、「これまで獲得した、数学的な知識や技能を基盤に、これまで学んだ数学的な見方や考え方を生かして、課題を自らのものとし、それらを活用しながら、見通しをもって問題を解決したり、その過程を自ら振り返ったりすることで数学的な知識や技能、見方や考え方がさらに深まっていく一連の活動」と考えている。

2 課題の設定・把握

本校が考える課題とは、生徒一人一人がもつ単なる疑問や問題ではない。課題とは、学習のねらいを達成するために、教材に対する生徒の問題意識を分析して、生徒の思考の場までおろした具体的なものであり、しかも、学習の主体者である生徒が、自分自身の問題として受け止め、追究・解決されるべきものと考えている。本校数学科では、特に課題の条件として、次の3点を大切にしている。

- ・課題は連続的であり、関連的である。
- ・課題は学習過程の中で設定される。
- ・課題は解決への見通しが立てられるものである。

3 課題の追究・解決

課題の追究・解決の段階で一番大切にしていることは、既習の内容や方法をいかに生かすかということである。もちろん直観的な見方や考え方も必要なときはあるが、その直観的な見方や考え方も、「前に似たような見方はしていないか。」や「よく似た課題を解決したときはどうやったか。」など、既習の方法が生かされているものと考える。

4 課題の定着・発展

課題の定着・発展の段階では、自分の考えをまとめたり、もう一度確かめたり、応用し発展させる場面を考えたり、新たな課題を見いだしたりする。そして次時の課題へと学習のつながりが生まれてくる。

本校数学科がこの段階で大切にしているのが振り返りである。その時間の自分の取り組みを振り返ることは、内容的な面はもちろん、表面上には出てきにくい方法的な面を既習として定着させていくことに有効である。また、改めて振り返ることで疑問が生じ、新たな課題へとつながっていくのではないか。さらに、振り返ったことを共有することにも力を入れている。振り返りの共有によって、自分では気づかない学びに触れることができ、個の学びをさらに深めることができるからである。

II 数学的な思考力を高めるための言語活動

1 数学的な思考力とは

「数学的な思考力」といわれても、漠然と捉えていた

り、人によって捉え方が異なったりするのではないだろうか。また、類似の言葉としては、「数学的な考え方」や「数学的に考える力」などもある。ここでは、それらも同意義のものとして考えていく。「数学的な思考力を高める」ことを考える以上、まずは、「数学的な思考力」について考察しておく必要があるだろう。

「数学的な思考力」については様々な研究が行われているが、本校数学科では静岡大学教育実践総合センターの熊倉啓之氏らの研究を参考に、数学的な思考力の具体的な内容を、以下のように考えている。

- ・数学的に推論する力
- ・多様に考える力
- ・統一・発展・一般化する力
- ・分類・整理する力
- ・見通しを立て予想する力
- ・検証する力

また、「数学的に推論する力」はさらに、以下の三つの能力から成り立っていると考えている。

- ・演繹的に推論する力
- ・帰納的に推論する力
- ・類比的に推論する力

ただし、本校数学科では上記の六つの力を並列的に捉えているわけではない。「検証する力」を例に説明すると、数学では、ある結果を検証する代表的な方法として「証明」がある。あることがらを証明する場合には当然、「数学的に推論する力（演繹的に推論する力）」が必要とされる。すなわち、「検証する力」とは、「検証しようとする態度」と「数学的に推論する力」を合わせた力なのである。このように考えると、上記の六つの力は、他の力の基本となる「数学的に推論する力」と、情意的な側面を含んだ残り五つの力として捉えられるのである。

2 数学の授業における言語活動の意義 －思考の可視化の重要性－

数学的な課題を人が解決しようとするとき、そこには数学的な思考力が必要となる。しかし、思考というものは、最初はおぼろげなかたちで頭の中にあるもので、順に整理、洗練され、最終的に整った見方や考え方（思考）

になっていくものである。本校数学科ではその過程で、考えをまとめて書いたり、相手に説明したりする言語活動を取り入れることが重要であると考えている。

例えば相手に何かを説明する場合、まずは自分自身と向き合い、自分は何が分かっているのかを確かめなければならない。そして、最初は形式的に整っていない思いや考えを、文字や記号、図や表などを用いて何とか伝えられるように整理する。そうすることで、最初はおぼろげだったものが、具体的ななかたちで表れ始める。この過程が、思考を自分だけのものから、だれもが分かる状況、つまり思考を可視化する過程なのである。

この思考の可視化が、論理的な思考を求められる数学では、非常に大切であると考える。旧ソビエト連邦的心理学者であるレフ・ヴィゴツキーも、思考を言葉で説明することから論理が生まれるとし、主として伝達の道具として使われる外言が、主として思考の道具として使われる内言を育てるとしている。また、生徒の説明などの場面を思い浮かべても、思考の可視化の重要性は認識できる。具体を使って概念を説明できる生徒と、概念のみを説明しようとする生徒では、前者の方が分かりやすいことが多い。前者の方が分かりやすいのは、思考を可視化する過程を通して、具体を用いて自由に概念を説明できるレベルにまで、思考が高まっているからではないだろうか。

また、言語はコミュニケーションの手段でもある。思考が可視化されたことによって、その思考に関するコミュニケーションが可能になる。可視化を通して高められた思考は、他とのコミュニケーションが可能になったことで、さらに高められていくのではないだろうか。さらに、コミュニケーションが可能であるということは、課題に対する関心や意欲といった、情意面での高まりも期待できよう。

このような理由から本校数学科では、思考を伴いながら何かを解決しようとするとき、その過程に、思考を可視化する言語活動を取り入れることが、思考を整理、洗練する過程を促進し、論理的な思考を高め、しいては数学的な思考力そのものを高めることにつながると考えているのである。

3 言語活動が行われる場面

数学の授業における言語活動について述べる前に、数学の授業では、どのような場面で言語活動が行われるのかについて確認しておきたい。

数学の授業で言語活動が行われるのは、大きく分けて次の四つの場面があるのではないだろうか。

- ・数学的に考察したことを整理する場面
- ・数学的に考察したことを人に説明する場面
- ・人が数学的に考察したことを読み取り、検証する場面
- ・数学的に考察したことをまとめたり、振り返ったりして評価する場面

のか」を把握しなければならない。

「何を説明するのか」を把握するためには、まずは自分自身と向き合い、自分は何が分かっているのかをはっきりさせなければならない。そして、その中から、いま説明すべきことを選択する必要がある。これはまさに自分の思考を整理、洗練する過程であり、思考の可視化といえよう。

「どのように説明するか」を把握するためには、見通しをもつことが必要となる。また、相手にうまく伝えるためには論理的な説明が必要であり、数学的な思考力を高めることと関係性が高いと考えられる。

② 「説明」という言語活動を行う際の留意点

ア 根拠を示す

「説明」を行う場合には、根拠を述べることを特に大切にしている。根拠を明らかにしながら説明していく論証は、数学教育の目標の一つでもあり、「数学的に推論する力」の育成そのものともいえる。根拠とするものは数学の世界で認められたもの（定義や定理など）はもちろんであるが、1年生の段階などでは、クラスの中で認められたことも根拠として認め、論証の素地を培うようにしている。

イ 筋道を立てる

論証とはもともと、ある事実が正しいことをまずは自分が納得し、他人を説得する手立てである。他人を納得させるためには、筋道立てた説明が不可欠である。では筋道立てた説明には何が必要なのだろうか。本校数学科では、それをラベリング（説明したいことの項目をはっきりさせる）と、ナンバリング（ラベリングしたことをどの順で説明するか）だと考えている。この二つを意識させることで、「何を説明するのか」、「どのように説明するか」がはっきりし、筋道立てた説明が可能になるのではないだろうか。

4 数学における言語

数学の授業における言語の捉え方には、個人によって差があるものと考える。そこで、本校数学科が考える言語について確認しておきたい。本校数学科では、数学の授業における言語を、単に言葉だけではなく、図、式、グラフ、表、記号、数学固有の語彙などを含めて広く捉えている。

5 数学用語を使うことの重要性

授業では、できるだけ教科固有の言語、すなわち数学用語を使わせるようにしている。なぜなら、数学用語には概念的なものを含んだものが多く、思考などを表現していく場合には、端的に表すことができるよさがあるためである。最初は数学用語を適切に使うことを難しく感じ、自分なりの言葉で説明しようとする生徒も多いが、より論理的な説明を求められるうちに、生徒たちも、その必要性を実感していくようである。

6 数学の授業における言語活動と それぞれの言語活動の意義

(1) 説明

① 「説明」の意義

人が相手に何かを説明しようとする際には、「何を説明するのか」、そしてそれを「どのように説明するか」、さらにはその説明によって「何がもたらされる

(2) 話合い

①「話合い」の意義

数学の授業における話合いには、大きくわけて二つの役割があると考える。一つ目は、思考を練り上げる場としての役割である。課題の中には、一人の力では解決できないものもある。そういう場合、可視化によってコミュニケーションが可能になったそれぞれの思考は、話合いの場で相互に深められ、課題の解決に迫る思考となっていくのではないか。

二つ目は、個々の思考を深める場としての役割である。話合いの場で、ある生徒が発表するとき、概念的な思考は具体化されたものとして出される。受け取る側はそれを、自分の頭の中でもう一度、概念的な思考に変換しなければならない。概念と具体を活発に往復させ、各自の思考を深めることができるのが、話合いの場といえるのではないか。

②「話合い」という言語活動を行う際の留意点

課題を解決する際に、多様な見方や考え方ができるのは、数学のよさの一つといえよう。しかし、常に多様な見方や考え方方が大切なわけではない。時には、どれが一番効率がよいのかなど、あえて一つに絞ることが大切なときもある。また、多様な見方や考え方を統合して、一つの見方や考え方を生み出すことが重要な時もある。話合いを行う際には、多様な見方や考え方を出したいのか、または、それを比較、検討し、一つの結論を導き出したいのかなど、教師が話合いの目的を明確にもっていることが大切である。

どのような話合いにしたいかは、最初は生徒には分からぬことが多い。それだけに教師の、生徒の意見をつなげる言葉や、意見の募り方によって、話合いの方向性が決まつてくる。つまり、話合いの場では、教師自身が自分の言葉を非常に大切にしなければいけないのである。

(3) かく

①「かく」ことの意義

子どもの言語の発達を考えると、話し言葉を獲得し

た後に、書き言葉が獲得されていく。書き言葉は、話し言葉より難解な存在である。思考という視点から捉えると、話し言葉の段階に比べて、さらに思考が整理、洗練された状態が書き言葉の段階だからであろう。本校数学科では、思考の可視化において、思考を整理、洗練することができる言語活動の一つが、「かく」という言語活動だと考えている。それだけに、授業のどの段階で、「かく」ことを取り入れるのかが、授業の展開を考えるうえでは、非常に重要になってくるのである。

②「かく」という言語活動を行う際の留意点

ア 思考を深めるためのノート

本校数学科が考えている、言語活動としての「かく」という行為は、自分の思考を整理したり、さらに深めたりすることを目的としたものである。よって、単に黒板を写すといったような作業は別のものと考えている。しかしここで一つ問題が生まれる。「かく」という言語活動は主にノートで行われるが、ノートには思考を深める場としての役割と、数学に関する知識や考え方などを記録し、後で振り返られるようにする役割がある。「かく」という言語活動で思考を深めようとする場合、ノートにかかれたものは思考の過程を示すものであり、最終的に話合いなどを通して完成された思考が残されているわけではない。時にはメモに近いものもあるであろう。つまり、後に見直すことを前提としてかかれたノートとは別物であるということである。ましてや生徒は、1時間の中で、自ら思考したり、人の話を聞いたり、話し合ったりしなければならず、二つの役割を満たしたノートを、授業の中で残していくことに無理が生じるのである。そこで本校数学科では、役割に合わせてノートを区別し、他の活動との両立を可能にできるよう、工夫を試みている。

イ 「授業ノート」と「まとめノート」

上記のような問題を解決すべく、本校数学科では役割に合わせて、2種類のノートを用意している。

一つは「授業ノート」と呼ばれるもので、後で見直すことを前提としていないノートである。思考の過程を自由にかいたり、自分の考えをまとめたり、その日の授業で学習した数学用語などを簡単にメモしたりするためのノートである。もう一つは「まとめノート」と呼ばれるのもで、授業の展開の中では使用せず、後で見直すことを前提としたノートである。授業が終わった後に、最終的な思考をまとめたり、新たな知識や技能を分かりやすくまとめたりしたものである。「まとめノート」は、主に復習を兼ねて家庭でまとめさせたり、授業の終末に意識的に時間を残しまとめさせたりしている。

ウ 振り返りカード

「かく」という言語活動を通じて、思考を深めるために、本校ではノートとは別に「振り返りカード」というものを用いている。「振り返りカード」については、これまでの研究紀要でも発表してきているので、ここでは「振り返りカード」について簡単に触れる程度とする。

【振り返りカード】

毎時間の終末にその授業の振り返りの場面を設け、振り返りカードにその内容を記入する。この振り返りカードは、与えられた観点に基づいて振り返る自己評価ではなく、自由記述形式である。振り返りカードには「1 自分の取り組みについて、2 友達の発表を聞いて、3 疑問に思ったこと、4 次の時間にやってみたいこと」の4つが記され、各自が振り返って記入した内容が他の生徒に分かりやすいように、自分で番号に○をつける（複数可）ようにしてある。生徒は短時間で振り返りカードを記入することができるので、負担感はない。

この振り返りカードは全員回収し1枚の用紙に貼り付けてまとめ、印刷して次時の開始時に全員に返す。次時の授業の開始時に全員に配布することで、各自の振り返りを共有するようにしている。振り返りカードは縦に10枚並べるとちょうどB5版1枚

の大きさになるように作ってある。1クラス40人分をまとめるとちょうどB4版1枚(両面)になる。これによって生徒の生の振り返りを次時につなげていくことができる。

(4) 聞く

① 「聞く」ことの意義

「聞く」という行為を言語活動として挙げているのは、単に聞くという意味ではなく、能動的に聞くということを大切にしているからである。生徒の中には、静かにしていることが聞くことと勘違いしている者も多い。しかし、単に聞いているだけでは、自分の思考との違いや、他者への共感、新たな疑問などは生まれてこない。思考を深めるという意味では、いかに能動的に聞くかということも、大切な言語活動だと考えているのである。

② 「聞く」という言語活動を行う際の留意点

ア メモを取りながら聞く

能動的に聞きながら、さらに後で見直すためのノートも取っていくというのは、生徒にとってかなり困難なことのように思える。これまでの経験を振り返ると、ノートを取ることに専念し思考が働いていない生徒、逆に、能動的に聞いてはいるものの、まったくノートを取っていない生徒をよく見受けた。この問題点を解決するため、本校数学科では、先に紹介した「授業ノート」を利用し、メモを取りながら聞くということを大切にしている。

イ 聞き方の育成

聞く態度の育成は非常に難しい。なぜなら、「説明」や「話合い」といった言語活動は、教師からの観察が可能であるため、指導や支援がしやすい。しかし、「聞く」という言語活動は、外部からの観察が容易ではなく、どのように聞いたらよいのかなど、教師の指導、支援が非常に難しいのである。それだけに、同じ説明を繰り返させたり、要点をまとめさせたりなど、他の言語活動と関連づけて、聞き方を

指導していく必要があると考える。

7 今後の研究

数学の授業では、どのような言語活動が行われ、それらが数学的な思考力を高めることと、どのように関連しているのかについて昨年度から追究してきた。その中で改めて明らかになってきたのが、言語活動の根底は、生徒の課題に対する意欲や、主体的に課題を解決しようとする態度であるということである。これらが保証された上で、さらに言語活動を工夫すると、はじめて本当の意味での言語活動の充実が可能となるのである。

我々は最初、言語活動を充実させすることが、どのように課題学習の長所を助長し、主体性を高めていくのかという研究計画を立てていた。しかし現在は、課題学習と言語活動は、教科のねらいに迫るために両輪であり、課題学習によって高められた課題意識や主体性が、言語活動をより充実させたり、言語活動の充実によって、より課題学習が促進されたりすると考えている。今後の研究では両者の関係をより明確にし、教科のねらいに迫っていきたいと考えている。

III 公開授業について

1 第3学年 「相似な図形」

3年1組 授業者 中林 雅史

前時までは、合同な図形は相似な図形の特殊な場合であるなど、相似な図形の性質について学んできている。本時は、合同な三角形を相似比が1:1の相似な三角形と捉えさせることで、合同条件を発展させ、相似条件を自ら見いだせる。また、その過程では、言語を通して思考を可視化することで、より論理的な思考へと深めていきたい。

2 第1学年 「基本の作図」

1年4組 授業者 長田 正臣

前時までは、これまで学習した図形の定義を明らかにしたり、ユークリッド幾何学における作図の公法を確認したりしてきている。本時は、線対称な図形の性質や合同な図形の性質を用いたり、具体的な操作活動を参考に

したりすることで、角の二等分線の作図を自らの力で見いだせる。さらには、作図の過程を数学的に説明し伝え合うといった言語活動を通して、論証の素地を培っていきたい。

<参考文献>

- ・中学校学習指導要領（平成20年3月） 文部科学省
- ・中学校学習指導要領（平成20年9月）
解説－総則編－ 文部科学省
- ・中学校学習指導要領（平成20年9月）
解説－数学編－ 文部科学省
- ・平成20年改訂 中学校教育課程講座
数学（ぎょうせい） 清水 静海
- ・中学校新学習指導要領の展開
数学編（明治図書） 清水 静海
- ・教育実践とヴィゴツキー理論（一光社） 麻実ゆう子
- ・ヴィゴツキー入門（寺子屋新書） 柴田 義松
- ・「説明力」を高める国語の授業（明治図書）
米田 猛
- ・新訳版・思考と言語（新読書社）
レフ・セミヨノヴィチ ヴィゴツキー（著）
柴田 義松（訳）
- ・数学的な思考力・表現力を鍛える授業24（明治図書）
熊倉 啓之（編著）
- ・「数学的な表現力」を育成する授業モデル
柏元新一郎
- ・主体性の高まりをめざして（富山大学出版会）
富山大学人間発達科学部附属中学校
- ・本校研究紀要 第59号、61号、63号

数学科学習指導案

1年4組 男子24名 女子16名 計40名
指導者 長田正臣

1 題材名 基本の作図

2 題材について

中学校数学における図形領域の指導では、図形の概念や性質の理解を深め、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度の育成が求められる。また、推論の過程を他者に分かりやすく正確に表現するなど、論理的に考察したことを、表現する能力の育成も求められる。第1学年では、観察、操作や実験などの活動を通して、直観的な見方や考え方をさらに深めながら、論理的に筋道を立てて推論したり、その過程をわかりやすく表現したりする能力を培うことが大切であると考える。

本单元では、直観的な見方や考え方を深めるとともに、小学校で学習した平面図形の対称性を見通しに、基本的な作図を自ら見いださせることで、論理的に考察する力を高めたい。作図の学習は図形領域の基礎的な技能として大切である。その際に、作図の方法を見いだした過程を説明することは、数学的に説明し伝え合うといった数学的活動のよさを実感できる機会と考える。また、作図の学習は、実測による限界や具体的な操作の限界を感じさせるよい機会でもある。これらのことと総合的に鑑みると、作図の学習は論証の素地を培う、大切な学習過程であることが伺える。

前時までは、点や線、多角形、円など、小学校で学習した図形について、その定義を明らかにするとともに、線分や半直線などといった新しい数学用語についても学習してきた。その際には、定規は2点を通る直線をひく道具として使用すること、コンパスは円をかいたり長さを写し取ったりする道具として使用することなど、ユークリッド幾何学における作図の公法も確認している。本時では、角の二等分線を作図する方法について考える。最初に、分度器を利用する方法や紙を折るといった方法を取り上げ、その方法の問題点について話し合う。分度器を利用する方法が必ずしも正確ではないことや、紙を折る方法がどのような場合にでも利用できないことを確認することで、課題意識を高めていきたい。コンパスや定規を使い、いろいろな方法を試行する中で、対称性や合同な図形の性質を意識せずに、直観的に角の二等分線をかく生徒が多いと予想される。それらの方法を根拠を明らかにしながら検証することで、線対称な図形の性質や合同な図形の性質を用いれば、角の二等分線が作図できることを見いだせる。さらに、この見方や考え方を生かすことで、垂線の作図や垂直二等分線の作図も自らの力で見いださせていきたい。既習の数学を基にして、新たな数学を生みだしたり、数学的な表現を用いて根拠を明らかにし、筋道を立てて伝え合ったりすることで、数学的活動のよさを実感させたい。

3 題材の目標

- ・目盛りや分度器を使わずに中点をとったり、垂直をつくったりすることに関心をもち、その方法について積極的に調べようとすることができる。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・線対称な図形や合同な図形の性質を根拠に基本の作図の方法を自ら見いだすとともに、見いだした方法を様々な場面で活用することができる。
(数学的な見方や考え方)
- ・基本の作図ができるとともに、作図の性質を利用して様々な問題を解決することができる。
(数学的な技能)
- ・作図の公法や、基本の作図の方法を理解することができる。
(数量や図形などについての知識・理解)

4 全体計画（8時間）

- ・基本の図形・・・・・・・ 3時間
- ・基本の作図・・・・・・・ 2時間（本時 1／2）
- ・いろいろな作図・・・・・・・ 3時間

5 本時の学習

（1）ねらい

- ・分度器で実測したり、実際に折ったりせずに角の二等分線をかく方法に関心をもち、意欲的に調べようとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・線対称な图形や合同な图形の性質を根拠に、角の二等分線の作図の方法を自ら見いだすとともに、作図の過程を根拠を明らかにしながら説明し、伝え合うことができる。
(数学的な見方や考え方)
- ・作図の公法を基に、基本の作図をすることができる。
(数学的な技能)
- ・実測や操作の限界について理解するとともに、基本の作図は線対称な图形や合同な图形の性質を生かしていることを理解することができる。
(数量や图形などについての知識・理解)

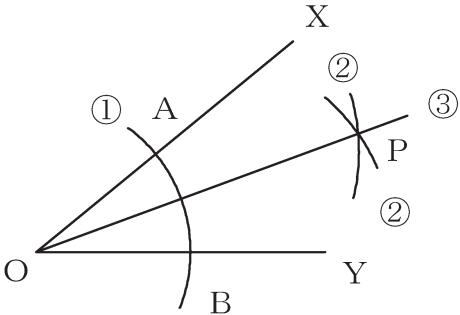
（2）ねらいに迫るために充実させたい言語活動

- ・角の二等分線の作図の手順を、数学的な表現や適切な数学用語を用いながらノートにかかせることで、他に伝えることを意識した、筋道立てた説明ができるようにしたい。
- ・角が2等分されている根拠について、直観的な意見を引き出した後、それらに疑問を抱く生徒を取り上げることで、既習として確認された事柄を根拠にして説明する必要性に気付かせたい。

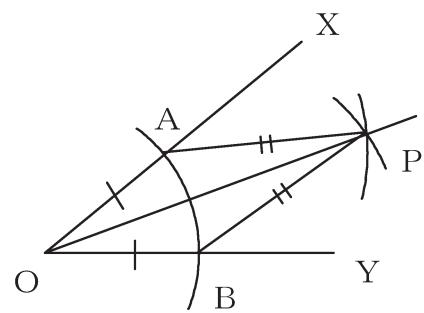
（3）本時の課題

角の二等分線はどのようにしたら作図できるのだろうか

(4) 展開

学習内容	解決への過程	指導上の留意点
既習の確認	<p>○小学校では、角をどのようにして2等分していたか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・角を実際に折る。 ・分度器で角度を測って2等分する。 <p>○それらの方法についてどのようなことがいえるか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実際に折ることができない場合がある。 ・分度器は正確に測ることができない場合がある。 	<p>◇小学校で学習した方法のよさを確認しつつ、その方法ではできない場合があることを確認し、課題への意識を高めていきたい。</p> <p>◇実際に折ったときの折り目が「角の二等分線」であると告げる。</p> <p>【評価：数学への関心・意欲・態度】</p>
課題の設定・把握	角の二等分線はどのようにしたら作図できるのだろうか	
課題の追究・解決 角の二等分線について	 <p>①頂点Oにコンパスの針を置き、半直線OXと半直線OYとの交点A, Bを求める。 ②交点A, Bをそれぞれ中心として、半径の等しい円をかき、交点Pを求める。 ③半直線OPをひけば、角の二等分線ができる。</p> <p>○このかき方で、どうして角が2等分されているのだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・等しい長さをとったから。 ・たこ形がかかれているから。 ・線対称な図形がかかれているから。 ・線対称な図形は、対称軸によって合同な図形に分けられる。合同な図形では、対応する辺や角は等しいから。 	<p>◇実際に紙を折ったことを視点に、対称性に着目しながら考えさせたい。</p> <p>◇記号をつけたり、できるだけ数学用語を用いたりするなどして、他者に説明することを前提として作図の手順をノートにかかせる。</p> <p>◇順序（ナンバリング）を意識した説明をさせることで、手順についての共通理解をはかりたい。</p> <p>◇分度器を用いて、角がおよそ2等分されていることを確認する。</p> <p>◇直観的な意見に疑問を抱く生徒を取り上げることで、皆で認められたことを根拠にしなければ、他者を納得させる説明ができないことに気付かせる。その後、既習を確認しながら収束的な話合いを行うことで、角が2等分されている根拠に迫りたい。</p>

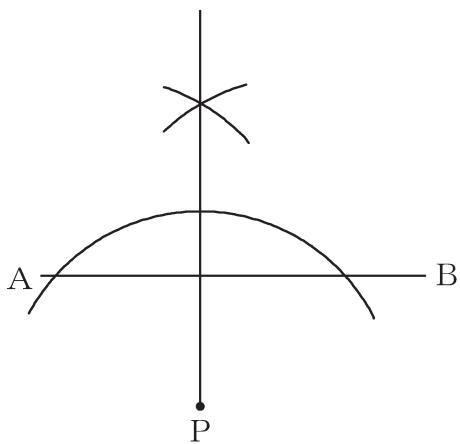
課題の定着・発展
垂線の作図



- ◇特殊性の観点から、ひし形ではなく、たこ形がふさわしいことを確認する。
- ◇等しいことを示す「印」などを図に書き加えることで、数学的な表現に慣れさせていきたい。

【評価：数学的な見方や考え方】

点Pを通る直線ABの垂線はどのようにしたら作図できるのだろうか



- ◇紙を実際に折ることで、対称性に着目させながら、見通しをもって考えさせたい。

【評価：数量や図形などについての知識・理解】

- ◇根拠を明らかにし、筋道を立てて説明するよさに気付かせることで、論証の基礎を培いたい。

○このかき方で、どうして垂線がかかっているのだろうか。

- たこ形がかかっているから。
- 線対称な図形がかかっているから。
- 線対称な図形では、対応する2点を結ぶ線分は、対称軸によって垂直に2等分されるから。

○振り返りカードの記入

【評価：数学的な技能】

- ◇既習である線対称な図形の性質を確認し、それを利用して他にも作図できるものがないかを尋ね、次時への課題意識を高めたい。

数学科学習指導案

3年1組 男子23名 女子17名 計40名

指導者 中林 雅史

1 題材名 相似な図形

2 題材について

小学校の図形領域の学習では、直観的な見方や考え方を生かしながら、具体物を通した操作活動によって図形の概念を理解したり、新たな性質を見いだしたりしてきている。中学校の図形領域の学習では、直観的な見方や考え方をさらに伸ばすとともに、新たな図形の概念や性質を論理的に見いだしたり、新たに見いだしたもの的一般性を演繹的な推論によって保証したりする学習が大切になってくる。第1学年では、観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深め、論理的に考察し表現する能力を培う。第2学年では、演繹的な推論のよさや必要性について学ぶなど、本格的な論証の学習が始まる。それらを基に第3学年では、図形に対する直観力や洞察力、論理的に考察し表現する能力をより一層伸ばすことになる。生徒は、演繹的な推論を用いて様々な問題を解決する経験を通して、説明する際にはその根拠を大切にしながら学習を進めるようになっている。しかし、演繹的な推論によって一般性を保証する事柄は、帰納や類推といった数学的な推論や直観的な見方によって予想された事柄なのである。したがって、第3学年の図形領域の学習では、直観的な見方や考え方、帰納、類推、演繹といった数学的な推論を相互に活用し課題を解決していく能力を育てることが大切であると考える。

私たちの身の回りには、相似な図形の性質を活用しているものが多く存在する。この単元では、数学で学んだことを実生活に生かすことができるというよさがあり、数学を活用する態度を育てたり数学を学ぶ意欲を高めたりしたい。また、第2学年で合同な図形を学習しており、合同と相似の関係について関連させながら学習を進めたい。特に、三角形の相似条件については、三角形の合同条件を基に論理的に考察させることで、自らの力で相似条件を見いだせるなど、既習の数学を基にして、数や図形の性質などを、発展させるという数学的活動のよさを実感させたい。

前時までは、相似な図形の定義と性質について学習してきている。相似の定義にはいくつかあるが、今回は「1つの図形を形を変えずに拡大、縮小した図形」と定義した。さらに、一方の図形を拡大または縮小したときに他方と合同になるという視点から、合同な図形は相似な図形の特殊な場合であるということを学んできている。また、相似な図形の性質として、対応する線分の比が等しいことや対応する角が等しいことも学習している。本時では、1学年からの図形領域の学習を生かし、合同条件の必要性や利便性を想起させ、2つの三角形の関係が相似であるかどうかを判断するためには、三角形の相似条件を考える必要があることに気付かせたい。そして、合同な三角形を相似比が1:1の相似な三角形と見ることで、三角形の合同条件を発展させて三角形の相似条件を見いださせたい。ただし、自分たちが見いだした三角形の相似条件の一般性を保証することは、中学校段階では無理なので、ここでは具体的な操作活動を通して、その正誤を確かめたい。さらに、これらの過程を通して、具体的な操作、直観的な見方や考え方、数学的な推論を相互に活用することのよさを味わわせたい。

3 題材の目標

- ・三角形の相似条件を意欲的に調べようしたり、実生活の中の事象など様々な場面で、相似な図形の性質を活用しようしたりすることができる。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・合同な図形と相似な図形を関連づけて考察するとともに、事象の中から相似な図形を見いだし、相似な図形の性質を活用して考察することができる。
(数学的な見方や考え方)
- ・2つの三角形が相似であることを証明したり、相似な図形の性質を利用して、線分や角の大きさを求めたりすることができる。
(数学的な技能)
- ・相似の意味を理解するとともに、相似な図形の性質を活用することのよさを理解することができる。
(数量や図形などについての知識・理解)

4 全体計画（8時間）

- ・相似な図形・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
- ・三角形の相似条件・・・・・・・・・・・・ 4時間（本時1／4）
- ・相似の利用・・・・・・・・・・・・ 1時間

5 本時の学習

（1）ねらい

- ・合同な三角形が相似な三角形の特殊な場合と捉えられることに関心をもち、三角形の相似条件について意欲的に調べようとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・三角形の合同条件を基に三角形の相似条件を見いだし、それらを矛盾のない数学的な表現でよりよくまとめることで、論理的な思考力を高めることができる。
(数学的な見方や考え方)
- ・操作活動を通して、見いだした相似条件の正誤を確かめることができる。
(数学的な技能)
- ・三角形の相似条件を理解することができる。
(数量や図形などについての知識・理解)

（2）ねらいに迫るために充実させたい言語活動

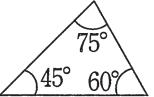
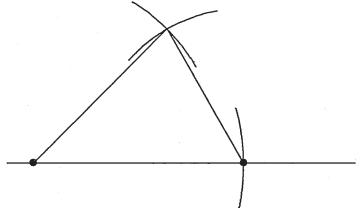
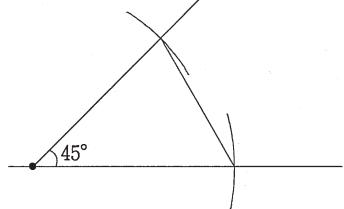
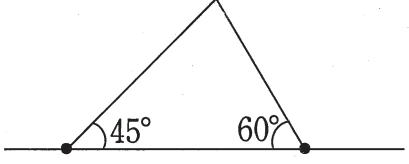
- ・三角形の合同条件を基に自ら見いだした三角形の相似条件を、相手に伝えることを前提とした書き言葉でノートに書かせることで、論理的な思考力を高めたい。
- ・各自が考えた三角形の相似条件を出し合うことで、個々の表現の足りない部分や矛盾が生じている部分に気付かせ、全体でより適切な三角形の相似条件に迫りたい。

（3）本時の課題

三角形の合同条件を生かして考えると、三角形の相似条件はどのようになるのだろうか。

(4) 展開

学習内容	解決への過程	指導上の留意点
既習の確認 合同な图形と相似な图形について	<p>○合同な图形や相似な图形の定義、合同な图形と相似な图形の関係はどのようなものだったか。</p> <p>【合同の定義】 2つの图形を重ね合わせができるとき 2つの图形は合同な图形であるという。</p> <p>【相似の定義】 1つの图形を形を変えずに一定の割合で拡大、または縮小した图形を、もとの图形と相似な图形であるという。</p> <p>【合同と相似の関係】 合同な图形は相似比が1：1である相似な图形と見ることができる。</p> <p>○三角形の相似条件を見つけるにはどのような方法があるだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 合同条件と同じ様に、コンパスや定規、分度器を使って実際にかいて考える。 三角形の合同条件を使って考える。 合同な图形は、相似比が1：1の相似な图形と見ることができるので、合同条件から1：1になるための表現を除けばよいのではないか。 	<p>◇前時までの学習を確認することで、合同な图形が相似な图形の特殊な場合であったことを確認する。</p> <p>◇三角形の合同条件の利便性や、必要性を確認することで、三角形の相似条件について考える必要性を高めたい。</p> <p>◇三角形の合同条件をどのように生かせばよいかを確認することで、解決への見通しをもたせたい。</p> <p>【評価：数学への関心・意欲・態度】</p>
課題の設定・把握 課題の追究・解決 三角形の相似条件について	<p>△形の合同条件を生かして考えると、△形の相似条件はどのようになるのだろうか</p> <p>【3辺がそれぞれ等しい】 ↓ • 3辺がそれぞれ等しい必要はない。 • 比が等しければよい。 ↓ 【3組の辺の比がすべて等しい】</p> <p>【2辺とその間の角がそれぞれ等しい】 ↓ • 2辺は等しくなくてもよいが、その間の角は等しい。 • 比が等しくないといけない。 ↓ 【2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい】</p>	<p>◇合同条件のどの表現が相似比を1：1に限定しているのかを視点に、誤解なく誰にでも伝えられることを前提に、相似条件をノートに書き言葉としてまとめさせる。</p> <p>◇それぞれが考えた相似条件を出し合い、その長所や短所について意見を交換することで、全体としてより適切な相似条件に迫っていきたい。</p>

課題の定着・発展 三角形の相似条件の確認	<p>【1辺とその両端の角がそれぞれ等しい】</p> <p>↓</p> <ul style="list-style-type: none"> 1辺の比が等しくて、その両端の角が等しければよい。 1組の辺が等しいという表現はおかしい。 辺に関する条件は必要ない。 2組の角が等しければよい。 <p>↓</p> <p>【2組の角がそれぞれ等しい】</p>	<p>◇相似な三角形は相似比を特に指定する必要がないという視点から、1辺の長さについては条件に加えなくてもよいことに気付かせる。</p> <p>◇二等辺三角形になるための条件を想起させ、「2角が等しい」という表現は適切でないことに気付かせる。</p>
	<p>この条件が正しいか確かめるにはどのようにしたらよいだろうか</p> <ul style="list-style-type: none"> 自分たちが見つけた条件が正しいか図をかいて確かめる  <ul style="list-style-type: none"> 3組の辺の比がすべて等しい  2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい  2組の角がそれぞれ等しい  <p>○振り返りカードの記入</p>	<p>【評価：数学的な見方や考え方】</p> <p>◇2学年での図形領域での学習を基に、本来は証明が必要であることに気付かせる。その上で、中学生にはできない証明であることを告げる。</p> <p>◇証明できないのであれば完全ではないにしろ、見いだした相似条件の正誤をどのように確かめたらよいのかを考えさせ、合同条件の時と同じように、実際にかいてみる方法を想起させる。</p> <p>【評価：数学的な技能】</p> <p>【評価：数量や図形などについての知識・理解】</p> <p>◇充分に議論させた後、正確な相似条件については教師が伝える。</p> <p>◇実際に操作活動を行わなくとも、図形の新たな性質や条件を見いだすことができるという、論理的な見方や考え方のよさを味わわせたい。</p>