

数学科における言語活動

数学的な見方や考え方という観点で評価

数学的に考える力

数学的な思考力

- 多様に考える力
- 統一・一般化する力
- 分類・整理する力
- 見通しを立て予想する力
- 検証する力

これら支える力として

数学的に推論する力

- ・演繹的に推論する力
- ・帰納的に推論する力
- ・類推的に推論する力

数学的な表現力

- ・数学的に考察したことを整理しまとめる力
- ・数学的に考察したことを人に説明する力
- ・人が数学的に考察したことを読み取り評価する力

表現力の高まり

双方で密接な関係

切り離すことのできない関係

思考力の高まり

言語活動による
数学的に考える力の高まり

言語活動

数学における言語とは

○言葉 ○教科固有の語彙 ○数 ○文字 ○図 ○式 ○グラフ ○表 ○記号 等

充実させたい言語活動

- 事実や数学的な思考等を正確に理解し、他者に的確に分かりやすく伝えること
- 事実や数学的な思考等を解釈するとともに、互いにそれらを伝え合うことで、自分や集団の数学的な思考を発展させること

充実させたい言語活動を実現するための視点

話す	書く	聞く	聞き取る・読み取る
・ラベリングとナンバリング ・キーワードを意識 ・できるだけ多くの生徒が話せるように	・話し言葉より難解な書き言葉でまとめる ・数学特有の言語を活用して	・いかに能動的に聞けるか	・キーワードから他者の数学的な見方や考え方をひもとく ・数学特有の言語を読み取る

指導に生かすための評価

指導に生かすための評価

言語活動によって可視化された数学的な思考

1 言語活動を通して高めたい力

最初に、言語活動を通して、本校数学科がどのような力を高めたいのかを確認しておきたい。なぜなら、育てたい力が明確でなければ、効果的な実践は無理であろうし、また、数学教育の世界には、「数学的に考える力」「数学的な見方や考え方」「数学的な考え方」「数学的な思考力」等、類似の言葉が多数あり、混乱を避けるためにも確認しておく必要があるからである。

まず、本校数学科が言語活動を通して育てたい力を「数学的に考える力」とした。この言葉は文部科学省が平成16年度から行った「特定課題に関する調査」において、育成すべき資質や能力を表すために用いられた言葉で、本校数学科が高めたい力を、最も的確に表現した言葉だと考えたのである。また、「数学的な見方や考え方」という言葉は、「数学的に考える力」を評価する観点を表した言葉として位置付けた。さらに、「数学的に考える力」は、「数学的な思考力」と「数学的な表現力」から構成されていると考え、両者は相互補完の関係にあると捉えている。

「数学的な思考力」は、左図の6つの力【*1】から構成されていると考えている。ただし、6つの力は並列的なものではない。例えば、「どのような三角形でも、内角の和は 180° である。」という課題を解決するためには、「統一・一般化する力」と「数学的に推論する力」が必要である。両者の関係は、情意的側面を含んだ「統一・一般化しようとする力」と、それを実現する「数学的に推論する力」と捉えることができる。すなわち、「数学的に推論する力」は情意的側面を含んだ残りの5つの力を支える力として考えられるのである。一方、「数学的な表現力」は、左図の3つの力【*1】から構成されていると考えている。

*1：熊倉啓之編著 2011「数学的な思考力・判断力・表現力を鍛える授業24」明治図書より

2 数学における言語とは

ダンツィク (T.Dantzig) は「数は科学の言葉だ」と提唱している。数や文字、式、記号を使った数学は、抽象的・形式的・論理的で一般性があり、これらの特徴は、数学のよさの一つであるといえる。よって数学における言語を考える場合、それらのものは不可欠であり、言葉と同様のようにして使いこなせるようにならなくてはいけないと考えている。

3 言語活動によって、どうして数学的に考える力が高まるのか

(1) 数学的な思考力と言語活動

① 数学的な思考を可視化することの重要性

例えば相手に何かを説明する場合、まずは自分自身と向き合い、自分は何が分かっているのかを確かめなければならない。そして、最初は形式的に整っていない数学的な思考を、文字や記号、図や表などを用いて何とか伝えられるように整理する。この過程が、数学的な思考の可視化である。この過程は、数学的な思考を整理・洗練する過程そのものであり、言語活動を通して数学的な思考力が高められる理由だと考えている。

② 内言と外言

旧ソビエト連邦の心理学者であるレフ・ヴィゴツキー (L.Vygotsky) は、思考を言葉で説明することから論理が生まれるとしている。また、主として伝達の道具として使われる外言が、主として思考の道具として使われる内言を育てるとしている。本校数学科ではこの考え方を基に、言語活動を用いて、伝達的手段である外言を育てることで、数学的な思考を高めるために必要な内言が育てられると考えている。

(2) 数学的な表現力と言語活動

バーバルコミュニケーション、ノンバーバルコミュニケーション等の言葉が代表するように、「表現」する方法は、言語を介するもの、介しないものなど、様々な方法があるのではなかろうか。しかし、数学における表現は、言語を使って行われるものであり、そういった意味で、数学の授業において言語活動を充実させることは、数学的な表現力を高めることに直結していると本校数学科では考えている。

4 充実させたい言語活動とその実現のための視点

「言語活動の充実に関する指導事例集－思考力・判断力・表現力等の育成に向けて－【中学校版】(平成23年5月 文部科学省)」を参考に、本校数学科では、左図の2つの言語活動を充実させたいと考えている。これらの充実に向けて本校数学科では、言語活動の形式面に注目し、「話す」「書く」「聞く」「読み取る」の4つの視点から実践を進めることとした。

5 言語活動を通した指導に生かすための評価

上記で可視化の重要性について述べたが、数学的な思考を可視化するということは、他者から観察可能な表現物(発言や記述等)が生まれるということである。その表現物から教師が数学的な思考を読み解き、現在行われている言語活動に生かしていくというのが、言語活動を通した指導に生かすための評価である。

言語活動を通して数学的に考える力を高める

－「話す」「書く」「聞く」「読み取る」の4つの視点から－

I 1・2年目の実践

(本校研究紀要 第65号参照)

1 ラベリングとナンバリングを意識して、根拠を示し、筋道を立てて説明する

他者に何かを説明する場合、特に大切にさせたいと考えたのが、根拠を示すことと、筋道を立てることであった。根拠を明らかにしながら説明していくことは、言語活動を通して、数学的に推論する力（特に演繹的に推論する力）の育成につながると考えたのである。また、筋道を立てることは論証には不可欠な力であり、特に、ラベリング（説明したいことの項目をはっきりさせる）と、ナンバリング（ラベリングしたことをどの順で説明するか）を意識して説明させるようにした。

2 授業ノートとまとめノート

子どもの言語の発達を考えると、話し言葉を獲得した後に、書き言葉が獲得されていく。書き言葉は、話し言葉より難解な存在であり、思考という視点から捉えると、話し言葉の段階に比べて、さらに思考が整理、洗練された状態が書き言葉の段階ではなかろうか。そこで、言語活動を通して数学的に考える力を高めるためには、書いてまとめるという行為が、非常に有効なのではないかと考え、ノート指導に力を注ぐこととした。具体的には、「授業ノート」と「まとめノート」と名付けた、2種類のノートを用いた実践である【資料1参照】。「授業ノート」は課題解決の過程を自由に書いたり、その日の授業で学習した数学用語などを簡単にメモしたりするノートである。「まとめノート」は、授業の終末や家庭で復習を兼ねてまとめるノートで、最終的な課題解決の過程を整理したり、新たな知識や技能を分かりやすくまとめたりするノートである。2種類のノートを用いたのは、思考を深める場としてのノートの役割と、数学に関する知識や考え方を記録し、後で振り返られるようにするノートの役割の両立を目指したのと、ノート指導に力を注いだために、ノートをまとめることばかりに終始してしまう生徒をなくしたいと考えたからである。

3 成果と課題

実践を進めていくなかで、「まとめノート」については、日を重ねるにつれ、内容が充実していくとともに、ノートを取ることでばかりに集中している生徒の数が減少するなどの効果も窺えた。しかし、説明することについては、以下のような課題が見えてきた。

- ・根拠を示すことを気にするあまり、説明が長くなりがちで、ポイントを絞った説明ができない。
- ・ラベリングしても、その重み付けができず、聞き手からすると、どこがポイントなのか分からない。
- ・聞き手を意識した説明ができない。

さらに、課題として見えてきたのが、「聞く」ことの難しさである。最初は話し手ばかりを気にしていたが、聞く力も同時に育成しなければ、言語活動を通して数学的に考える力を育成することは困難であることが分かってきた。

II 3・4年目の実践

(本校研究紀要 第66号参照)

1 キーワードを意識してから説明する

課題を解決できた生徒には、誰かが説明を始めるまでの間、課題解決のためのキーワードを考えさせるようにした。キーワードを考えることは、自分の数学的な思考の要点をつかめるとともに、つかんだ要点を中心に説明すれば、的確で、ポイントを絞った説明が可能になると考えたのである。

2 自分が分からない部分を明確した後、他者からの説明を聞く →【実践事例2参照】

「聞く」という行為は、説明などに比べると、他者からの観察が難しく、指導しにくい。そこで、能動的に聞けるような生徒を目指し取り組んだのが、一度説明を聞き、分からない部分を明確にしてから、もう一度説明を聞くという授業展開の工夫である。簡単にいえば、時間を取ることで、「分からない」から「何が分からないか分かる」状態で説明を聞かせるようにしたのである。こうすることで、能動的に聞くことが実

現し、言語活動を通して数学的に考える力が高まると考えたのである。

また、上記の視点の中で、1の視点は話し手に関すること、2の視点は聞き手に関する視点であるが、これらを逆の立場、すなわち、1の視点であれば聞き手、2の視点であれば話し手の立場から捉え直すと、別の効果があるのではないかと考え、以下のような視点からも実践を進めた。

3 キーワードから他者の数学的な思考を解釈する

数学の課題を授業で解決していく場合、課題解決に至った生徒に、課題解決の一連の過程を説明させ、それを課題解決に至らなかった生徒たちを含めた教室全員の生徒で共有していくというスタイルが、本校数学科ではよく用いられていた。しかし、課題解決に至らなかった生徒といっても、あと少しで解決できるという生徒もいれば、解決の糸口さえつかんでいない生徒もいる。また、このスタイルでは、課題解決の一連の過程をすべて聞くことになり、個人の数学的な思考が活発にならないことも懸念される。そこで、課題解決に至った生徒たちが考えたキーワードを、課題解決の一連の過程を聞く前に、課題解決に至らなかった生徒たちに伝えることで、キーワードから他者の数学的な思考を解釈したり、読み取ったりして、自らの数学的な思考を発展させることができるのではないかと考えたのである。

4 相手の分からない部分を聞いてから説明する

的確で分かりやすい、要点を絞った説明というのは、中学生にとっては非常に難しい。その原因として様々なことが考えられるが、その一つとして、1・2年目の実践における課題でも述べたように、説明という行為には相手があり、聞き手を意識する必要性があるのではないだろうか。自らの数学的な思考を整理するだけでも難しいのに、その上、相手のニーズを読み取るというのは確かに難解なことである。そこで、相手のニーズ、つまり分からない部分を直接相手から聞いた後に説明させることで、的確で分かりやすい、ポイントを絞った説明ができるようになっていくと考えたのである。

5 成果と課題

1～4の視点を基にした取組は、それぞれに効果的であったが、以下のような新たな課題や、さらに効果をあげるための視点が見えてきた。

- ・キーワードを意識して説明することや、相手のニーズを把握してから説明することは、ポイントを絞った的確な説明を可能にし、話し手、聞き手ともかなり効果的であった。ただ、聞き手はある生徒の説明を大人数で聞けるが、話し手は、1時間の授業において数が限られてしまう。
- ・キーワードから他者の数学的な思考を解釈させることは、特に難易度の高い課題では有効であった。それだけに、キーワード以外から、他者の数学的な思考を読み取るような授業展開を模索できないだろうか。
- ・話すことが、自らの数学的な思考を整理・洗練する上で、非常に効果的であることが分かってきた。これを、書いて数学的に表現する力につなげることはできないだろうか。

Ⅲ 5年目の実践

1 グループ学習やペア学習を取り入れ、より多くの生徒に説明する機会を設ける→【実践事例1参照】

個人追究で課題解決に至った生徒を教師が把握し、それらの生徒を意図的に振り分けたグループを作成して、追究過程を説明させることとした。また、個人追究で課題解決に至った生徒が少ない場合などには、課題解決に至った生徒に、教室全体に向けて説明させた後、自分の言葉で、隣の生徒同士、互いに説明し合うこととした。こうすることで、より多くの生徒が、説明することを通して、数学的に考える力を高められると考えたのである。

2 図や式から、他者の数学的な思考を解釈する

→【実践事例2参照】

キーワードから他者の数学的な思考を解釈することの効果を確認できたことから、今度は、式や図だけから、他者の課題の追究過程をひもとくという取組を行った。キーワードは、課題解決に至った生徒が考えるものであったが、図や式は、数学においては頻繁に用

いられるもので、この方が活用範囲が広いと考えたのである。具体的には、課題を自力解決できた生徒に、式または図だけを黒板に書かせ、言葉による説明を加える前に、それらから追究過程をひもとかせるというものである。

3 話し言葉で整えてから、書いて数学的に表現する

→【実践事例1参照】

図形領域の論証の学習の様子などからも、書いて数学的に表現することの難しさを感じている教師は多いのではなかろうか。すぐに言い直したり、相手の反応によっては、途中を省略できたりする話し言葉での説明に対し、書いて数学的に表現するというのは、生徒にとっては本当に難しいのであろう。そこで、1で述べたペア学習などと組み合わせて、相手に話し言葉で説明させ、ある程度、数学的な思考を整理させてから、書いて数学的に表現させれば、生徒の抵抗感が軽減するのではないかと考えた。特に2学年以降の図形の論証指導などで、この取組は有効なのではないか。

IV 今後の課題

5年間の実践を通して、言語活動が数学的に考える力を高めるために有効であることが少しずつ見えてきた。また、いくつかの取組を、実際の授業で具体的に使える手法や授業技術としてまとめられたのは、大きな成果といってよいのではなかろうか。ただ、課題も見えてきたのが事実である。以下に、見えてきた課題を挙げておく。

- ・今回の研究実践では、本校の過去の指導案を用い、そこに言語活動を取り入れてくことも多かったのだが、全体的に前回の実践に比べ、時間がかかることが多かった。言語活動を取り入れ、その効果をより多くの生徒に反映しようとする、どうしても時間がかかるようである。言語活動をどういった場面で使うかなど、効果的に取り入れていくことが必要である。
- ・課題の難易度等によって、どのような言語活動が最も有効なのかを検証していく必要がある。また、数学的に考える力を高めるといっても、数学的な思考力を主に高めたいのか、それとも、数学的な

表現力を主に高めたいのかでも、取り入れる言語活動が違ってくるのではなかろうか。

- ・言語活動を通した指導に生かすための評価については、ほとんど解明できなかったのが実情である。ある意味、言語活動によって可視化された数学的な思考を、その後の授業展開に生かしていくことは当然のことであるが、より効果的な生かし方を探っていく必要性を感じる。
- ・「数学的に考える力」とはどのようなものなのか考えさせられる場面が多く、現在も模索中というのが実情である。高めたい力そのものを明確化する必要性を強く感じる。

＜参考文献＞

- ・幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について
(平成20年1月) 中央教育審議会答申
- ・中学校学習指導要領(平成20年3月) 文部科学省
- ・中学校学習指導要領(平成20年9月)
解説 一総則編一 文部科学省
- ・中学校学習指導要領(平成20年9月)
解説 一数学編一 文部科学省
- ・育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会の論点整理
(平成26年3月)
- ・「特定の課題に関する調査」の調査結果
(平成18年7月) 国立教育政策研究所
- ・平成20年改訂 中学校教育課程講座
数学(ぎょうせい) 清水 静海
- ・中学校新学習指導要領の展開
数学編(明治図書) 清水 静海
- ・ヴィゴツキー入門(寺子屋新書) 柴田 義松
- ・新訳版・思考と言語(新読書社)
レフ・セミョノヴィチ ヴィゴツキー(著)
柴田 義松(訳)
- ・「説明力」を高める国語の授業(明治図書) 米田猛
- ・数学的な思考力・表現力を鍛える授業24
(明治図書) 熊倉 啓之(編著)
- ・「数学的な表現力」を育成する授業モデル
松元新一郎
- ・本校研究紀要 第65号、66号

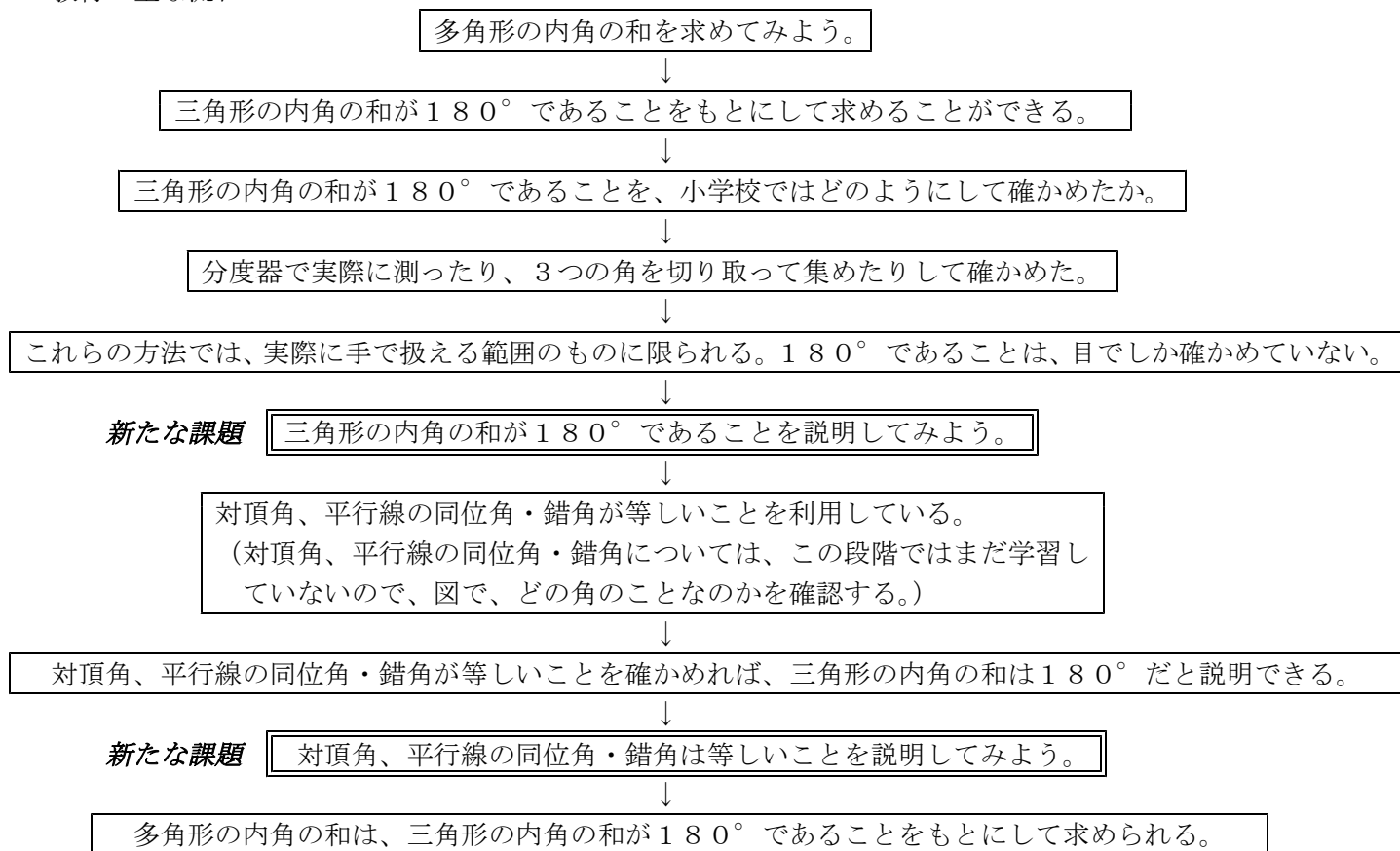
実践事例1 できるだけ多くの生徒に説明する機会を設ける授業展開の工夫

I 研究仮説

仮説1 より多くの生徒に、自らの考えを他者に説明する機会を設けることで、自分の説明は根拠が曖昧であることに気付かせ、新たな課題を見付けさせることができる。

仮説2 他者の説明から分かったことを、形式にとらわれず、自分の言葉で説明する機会を設けることで、証明を記述するための素地を培う。

II 教材の主な流れ



III 研究の内容

1 仮説1について

「三角形の内角の和は 180° である」という課題を解決する場面において、自分なりの説明を見いだした生徒を、まだ説明を見いだせていない複数の生徒がいるグループに入れ、自分の考えを説明する機会を設けることとした。小さなグループにすることで、聞き手側は自分が納得できない部分があれば、すぐにその場で説明者に質問することができる。また、説明者は相手がよく分からない所を丁寧に説明するようになり、自らの説明で根拠としている事柄に目を向けるようになる。そのようなやりとりを繰り返すことで、「対頂角は等しい」、「平行線の同位角や錯角は等しい」という根拠は、それ自身が曖昧であることに気づき、それらの事柄について、改めて

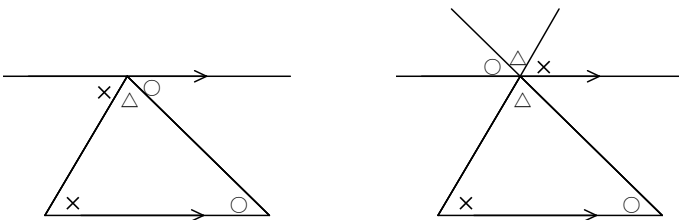
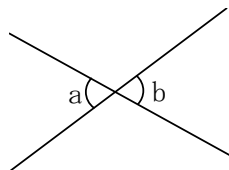
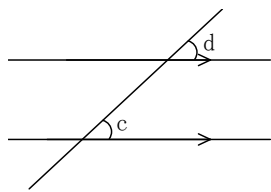
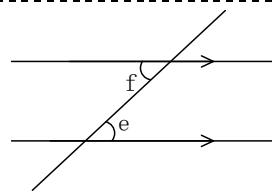
確かめる必要があるのではないかと課題意識が、多くの生徒に生まれるのではないかと考えたのである。

2 仮説2について

「三角形の内角の和は 180° である」ことについて、小グループ内での説明や代表者によるクラス全体への説明の後、隣の生徒とペアをつくり相互に説明させる場面を設けた。証明を学習する初期段階では、形式的な表現等に抵抗を感じる生徒が多いが、こうすることで、表現方法にとらわれず話し言葉で、相手に説明することができるので、証明というものに抵抗感を感じずに、その素地を培えると考えたのである。

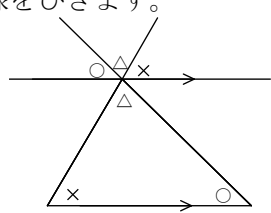
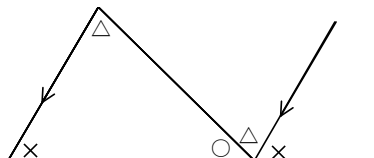
IV 実際の授業

1 本時の展開

解 決 へ の 過 程	配 慮 事 項
○多角形の内角の和をどのようにして求めたか。 ・ 三角形に分割し、三角形の内角の和が 180° であることを利用して求めた。	
三角形の内角の和が 180° であることは、どのようにしたら説明できるだろうか。	
○小学校ではどのようにして説明したか。 ・ 合同な3つの三角形を並べる。 ・ 3つの角を切り取って並べる。 ・ 折って3つの角を1カ所に集める。 ・ 分度器で角度を測る。 ・ 正三角形や直角二等辺三角形の場合から考える。	◇小学校での学習など、既習の内容や方法を想起させる。 ◇実際に紙でつくった三角形を並べたり、切ったり、折ったりさせる。
○小学校での説明の問題点はどこか。 ・ 分度器で測る方法は正確でない。 ・ 切ったり、折ったり、測ったりする方法は、手で扱えるような場合にしか使えない。 ・ 3つの角を集めた場合は本当に 180° なのか。	◇3つの角を1カ所に集めると、見た目では一直線になっていそうだが、本当にそうであるかは確認できないことなどに気付かせ、具体的・実験的な操作活動による説明の限界に気付かせたい。 ◇小学校での説明を振り返ることで、「角を移す」、「直線」など、課題解決への見通しをもたせたい。
○どんな三角形でも内角の和が 180° であることを説明できないか。	◇「式による説明」等の学習経験を振り返らせることで、一般性を保証する説明が必要であることに気付かせたい。
	◇見通しがもてた生徒にはキーワードを考えさせ、見通しがもてない生徒への手立てとしたい。 ◇解決できた生徒を意図的に配置した小グループをつくり、グループ内で考えを説明させる。
○説明の中で疑問に思ったことはないか。 ・ 図の「○と○」、「×と×」が等しい理由がよく分からない。 ・ 図の「○と○」、「×と×」がなぜ等しいかと質問されて困った。 ・ 図の「△と△」が等しいことは当たり前だけに、その理由に困った。	◇説明の中で、根拠が曖昧な部分や疑問に感じたことを考えさせることで、対頂角や同位角、錯角の性質についての根拠が述べられていないことに気付かせ、それらについて確認する必要があるという課題意識を高める。 ◇全体場で代表者に説明させた後、複数の生徒に意見を述べさせることで、より多くの生徒に課題意識の高まりを促したい。
 2直線が交わる時、 $\angle a = \angle b$  平行な2直線に1つの直線が交わる時 $\angle c = \angle d$  平行な2直線に1つの直線が交わる時 $\angle e = \angle f$ これらのことがらが成り立つことを説明できるだろうか。	

○隣の人とペアをつくり、三角形の内角の和が 180° であることを、自分の言葉で説明してみよう。	◇対頂角や同位角・錯角の関係については、次時に考えることを確認し、ここでは一旦認めた上で、隣の人とペアをつくり、互いに説明させ、見方や考え方を整理させる。
○振り返りカードを記入する。	

2 実際の授業の流れ（仮説に関係する部分のみ）

教師の働きかけ	生徒の反応
・三角形の内角の和が180°だと説明できた人はいいますか。 ・では、説明できた人は、先生が指示するグループに入って、三角形の内角の和が180°であることを説明してください。	・(10数名が挙手) ・(挙手した生徒を3～4人のグループに振り分ける) ・(聞き手側から、同位角が等しくなる部分について質問があったグループ：3グループ) ・(説明者が、説明の過程で、同位角が等しくなる根拠に疑問をもちはじめたグループ：5グループ)
・では、発表してもらいますね。	A：まず三角形をかきます。次に底辺に平行になるようにして、平行線をひきます。  「Δ」と「Δ」が等しいのは分かりますか。次に平行だった場合、「O」と「O」、「x」と「x」が等しくなります。「O」と「Δ」と「x」を合わせると180°になります。どうですか。
・ここがちょっと、よく分からなかったという人はいますか。 ・他にも、Bさんと同じ疑問をもっている人はいますか。 ・Cくんは説明していた側だけど、手を挙げていますね。 ・Dくんはどうですか。	B：全体はなんとなく分かったのですが、「O」と「O」、「x」と「x」がなぜは等しくなるのかがいまいち。 ・(10数名が挙手) C：自分では分かっていたんだけど、何で「O」と「O」、「x」と「x」等しいのかを聞かれて、うまく説明できませんでした。 D：Cくんと同じように、説明しながら途中で「O」と「O」、「x」と「x」、「Δ」と「Δ」が等しい理由も説明しないといけないなと思いました。 E：底辺を延長して、図のように平行線をひきます。
・この話は一旦ストップして、他の図で考えていた人もいましたね。	 「Δ」と「Δ」、「x」と「x」が等しくなるので、「O」と「Δ」と「x」を合わせると180°になります。
・この考えについて何か意見のある人はいますか。	F：さっきの意見と同じで「x」と「x」が等しいことを説明していないと思います。さらに、「Δ」と「Δ」が等しいかどうか分からないと思います。

- ・納得していないと言って手を挙げた人たちは、ここが説明されたら、そのほかの部分ではAさんやEさんの説明には納得できますか。
- ・では、これらのことは次の時間に考えるとして、今日はこれらのことが一旦成り立つとして、隣の人とペアをつくり、お互いにAくんの考え方を説明してみてください。

- ・はい。
- ・(ペアになり、左の生徒から説明を行い、終わったところから右の生徒が説明を行う。)

V 考察

1 仮説1について

以前は、平行線の同位角や錯角が等しいという性質に対して、疑問をもつ生徒は一部であった。しかし、今回は小グループにして説明させたことで、説明者自身が人に伝える際に根拠を強調して伝えようとしたり、聞き手からの質問に答えようとしたりする中で、説得力に欠けると感じる生徒が多く見られるなど、平行線の同位角や錯角が等しいことへの根拠について課題意識の高まりが感じられた。また、小グループにしたことで聞き手側は、自分が疑問に思ったことを聞きやすかったようで、平行線の同位角や錯角の関係について質問するなど、聞き手側の課題意識の高まりも見られた。自らの考えを説明する場面を与えることで、自分の説明に不足している部分に気付かせる手立てになったのではないかと考える。

2 仮説2について

以前は、代表者が全体に説明したり、数名の生徒が同じ説明を繰り返すことで理解を深めるという授業展開を行っていた。しかし今回は、全体での説明の後にペアで説明し理解を確認したことで、自分では理解していたものの生徒が、人に説明することを通して、自分自身の理解が不足していたことに気付く、より正確に理解しようという姿勢が見られた。また、説明する際は、根拠を示さなければ相手を納得させることはできないということを経験的に捉えることができた生徒も多く見られ、演繹的な考え方のよさに触れ、証明を記述するための素地を培ったのではないかと考える。

組番 氏名	1 2 3 4	自分で図をかいてみると、このことこの角は同じだと思えた。たぶん、思いがけずできたけれど、自分もこのこと同じだと思えた。たぶん、思いがけずできたけれど、自分もこのこと同じだと思えた。
組番 氏名	1 2 3 4	① 説明してみても分かったが、なんで、こうなるのか自分でも理解できなくて、なんか、どこかで聞いたことがある気がするが、疑問がふえていった。
組番 氏名	1 2 3 4	説明をした時に、平行な角が等しいというのを、うまく説明できなかった。
組番 氏名	1 2 3 4	僕は授業の最後にできた3つのやつを、自分で知っていたから、でも、内のは知らない。でも、自分で知っていたから、でも、内のは知らない。でも、自分で知っていたから、でも、内のは知らない。
組番 氏名	1 2 3 4	説明したとき、平行線になる直線のところにできる2つの角が、なぜ等しくなるのか分からなかった。それが、正確にわかって、説明しやすく、理解しやすくなるのではないと思う。
組番 氏名	1 2 3 4	僕は、説明を聞いたのですが、錯角や同位角については、知っていました。でも、それを説明するのは、むずかしいと思いましたが、自分自身もよく考えてみたので、
組番 氏名	1 2 3 4	自分では理解しているつもりでも、実際に説明してみると、そこを本当にどういうふうに説明しようかと思いついて、あつて説明しにくかった。
組番 氏名	1 2 3 4	グループで聞いていて、「平行線の延長線上の角が同じなのかな」と疑問に思ったので、次の時間にやってみよう。
組番 氏名	1 2 3 4	錯角をつかうと説明されたが、たしかに、どうして錯角が成り立つのかは、いまよく分からなかった。

1 自分の取り組みについて 2 友達の発表を聞いて 3 疑問に思ったこと 4 次の時間にやってみよう

組番 氏名	1 2 3 4	① 自分ではわかったつもりでいても、根拠がなかったら説明できないとわかった。なので、上手く説明できませんでした。
組番 氏名	1 2 3 4	① 小学校の時にやった角度を、つかうやりかたは、そう適用しない。定理をつかった説明は、なぜ？と聞かれた時に、うまく使えない。
組番 氏名	1 2 3 4	小学校のころは、本当に全ての三角形が180°になるのか不思議だったけれど、証明による定理によって、はっきりとした根拠になんとか知ることができた。
組番 氏名	1 2 3 4	根拠をもとにして新しいことを考えるのは、その根拠をどういう風に使うか説明するのが難しい。たぶん、根拠が分かれば、説明しやすく、相手に伝わりやすくなる。
組番 氏名	1 2 3 4	① ② 数学の根拠をもとにして説明すると、いじりな感じが、説明できず、まず、それを1番にためてみる。何かがわかるので、定理で便利だと思いました。
組番 氏名	1 2 3 4	自分の考え、意見を人に伝えるのは難しい。話言葉では説明できても、問題などが出てきた時には文章で説明しなくてはならないから、このように使えば、説明しやすくなる。
組番 氏名	1 2 3 4	定理を元にする、様々な考え方ができる。それがわかった。複数の定理を組み合わせて使うのが大切だ。
組番 氏名	1 2 3 4	基本的なこと(定理)をフルに使えば、新しい方法が見いだせるから、元あったほうがよかった。

1 自分の取り組みについて 2 友達の発表を聞いて 3 疑問に思ったこと 4 次の時間にやってみよう

実践事例 2 図や式から、他者の数学的な思考を解釈する授業展開の工夫 ー能動的に聞く態度の育成を通してー

I 研究仮説

仮説 1 図や式から、他者の数学的な思考を解釈することで、数学的な思考力を高めることができる。

仮説 2 自分が分からない部分を明確にした後に他者から説明してもらうことで、能動的な態度で他者の説明を聞くことができる。

II 研究内容

1 仮説 1 について

数学における言語の特徴として、言語の種類の多さがある。数学では言葉だけでなく、数や文字、式、記号、図等も言語である。本校数学科では、この特徴を生かし、本来なら複数の言語を組み合わせ可視化される数学的な思考を、図や式などの言語から解釈することを通して、数学的な思考力を高める研究実践を試みた。こういった取組は授業の中に、課題を自力解決できるか、できないかという段階に加え、すべては自力解決できないものの、

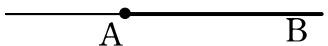
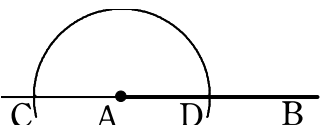
あともう少しで解決できるといった段階の生徒の数学的な思考力を高められると考えたのである。

2 仮説 2 について

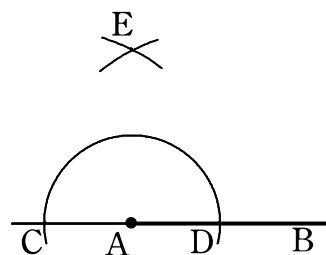
言語活動を通して数学的な思考力の高まりを目指すにあたり、本校数学科がまず着目したのが、説明することであった。この過程で明らかになってきた課題が、説明する側の指導も大切であるが、聞く側の指導も非常に大切であるということである。しかし、どのように聞いているのかは、説明などに比べると、教師からの観察が難しく、指導しにくいのが現実である。そこで、能動的に聞けるような生徒を目指し取り組んだのが、一度説明を聞き、分からない部分を明確にしてから、もう一度説明を聞くという授業展開の工夫である。簡単にいえば、思考の過程を可視化し、どの部分が分からないかを意識させて他者の説明を聞かせるようにしたのである。

III 実際の授業

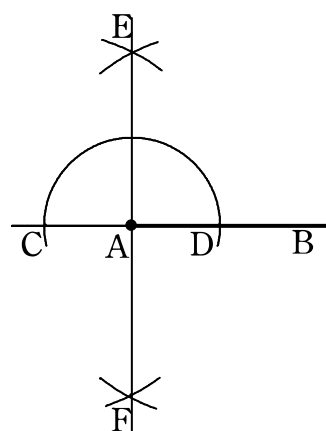
1 本時の展開

学 習 内 容	解 決 へ の 過 程	配慮事項
前時までの確認	○作図の公法にしたがって作図できない図形は何だったか。 ・長方形	◇長方形を作図するためには、与えられた半直線の端に垂線を作図する必要があることを確認し、本時の課題への意欲を高めたい。
課題の設定・把握	点Aを通る、半直線ABの垂線はどのように作図したらよいのだろうか。	
課題の追究・解決	○作図の公法にしたがって作図できた図形の性質を確認する。 ・二等辺三角形、正三角形、平行四辺形、ひし形の性質を確認する。 ○作図の手順を考える ①半直線を延長する。  ②点Aから等しい距離にある2点をとる。 	◇図形に関する定義と定理は、図形の性質として区別せず扱っていく。 ◇作図の公法に従って作図できた図形の性質を想起させることで、課題解決への見通しをもたせたい。 ◇まずは、フリーハンドでかかせることで、垂線作図の方法をイメージさせる。イメージできた生徒には、「ひし形」、「対角線」等のキーワードを考えさせ、自己の思考を深めるとともに、他者の気づきのきっかけとしたい。

③ 2点から等しい距離にある点を半直線の上
下にとる。



④ 交わった2点を直線で結ぶ。



○点A、C、D、E、Fは何を表しているのだ
ろうか。

- ・点Aはひし形の対角線の中点
- ・点C、Dや点E、Fはひし形の向かい合っ
た頂点

【以下は略】

◇作図の手順を段階的に板書させるとと
もに、手順のみを説明させる。特に、
コンパスの長さを変えたかなどについ
ては、全体で確認する。そうすること
で、他者の数学的な思考を図のみから
読み取らせたい。

◇どうして垂線が作図できているのかを
読み取れない生徒には、どの点が分か
らないのかを明確にさせることで、能
動的な態度で、その後の説明を聞ける
ようにする。

2 実際の授業の流れ（仮説に関する部分のみ）

教師の働きかけ	生徒の反応
【個人追究をひととおり終えた場面から】 ・ はい、ではAくんに発表してもらいます。Aくんには作図の手順だけを言ってもらいます。また、作図した順番が残るようにかいてもらいます。他の人は手順をしっかりと見ておきましょう。 ・ コンパスの長さはどうしましたか。	A：まず、半直線を延長します。 （指導案の①を作図） A：次に点Aから等しい距離に点をとります。 （指導案の②を作図） A：交わった点から等しい距離に点をとります。 （指導案の③を作図） A：②とは半径を変えてもいいですが、交わった点からは半径は変えません。 A：最後にコンパスの交わった点どうしを直線で結びます。何か質問はありませんか。 全体：ないです。

・ どうしてこの手順でかくと、垂線が作図できたと言えるのでしょうか。垂線が作図できていると思う人は、その理由をノートに書いてください。 ・ これらの手順の意味が分からないという人は、どの手順が分からないのか、その番号をノートに書きなさい。手順の意味が分かった人は、説明する準備をしなさい。 ・ ②の手順が分からないという人が多いですが、②の手順の意味を説明してくれる人はいますか。 ・ 意味が分かったという人は。 ・ Cくん、ホワイトボードにある性質を指し示してもう一度説明してくれますか。 ・ 理解できた人は。 ・ 点Dは何を表していますか。 ・ 点Aは何を表していますか。 ・ ②の手順を理解できましたか。②がよく分からないという人が多くいましたね。もう一度、②にポイントをしばって説明してください。 ・ それはどうしてですか。 ・ みなさん、②番の手順についてどうですか。 【以下は略】	(10数名がノートに「ひし形の対角線だから」等の理由を書く。) (約20名が、②の手順が分からないとノートに書く。) B：まず、半直線を延長します。次に点Aから等しい距離に点をとって、コンパスで等しい距離にCとDをとります。そこから、コンパスで等しい距離にEとFをとるとひし形ができるので、垂線が作図できます。 (約10人が挙手) C：まず、半直線を延長します。次に点Aから等しい距離に点をとって、コンパスで等しい距離にCとDをとります。そこから、コンパスで等しい距離にEとFをとるとひし形ができます。ひし形の対角線は垂直に交わると小学校で習ったので、垂線だと言えます。 (約20人が挙手) 全体：ひし形の頂点 全体：対角線の交点 D：点Aをひし形の対角線の交点と見て、コンパスで等しくとるとひし形の頂点になります。 D：ひし形の対角線は残りの対角線を2等分するから。 (ほとんどの生徒がうなづく)
---	--

IV 考察

1 仮説1について

本時の課題を自力解決できた生徒は5名程度であった。自立解決できた生徒が5名ということに賛否があるだろうが、今回の実践では、最初に自力解決できる生徒の数を絞らなかったのが、生徒の実態を踏まえながら、あえて課題の難易度を高めて実践してみた。5名のうちの1名に、図のみで作図の手順を示してもらい、そこから、垂線の作図の方法を解釈することを試みた。自力解決はできなかったものの、図から他者の数学的な思考を読み取り、ひし形の対角線の性質を利用すれば、垂線の作図が可能であることに気付く生徒が、10数名見られた。これらの生徒からは、「なるほど」「うまい」等の声が数多く聞かれ、他者の数学的思考を解釈することが、自らの数学的な思考力を高めたことが伺えた。ただ、仮説2にも関連してくるのだが、自分では他者の数学的な思考を解釈できたと思っていても、実際には、ポイントとなる部分を把握していない生徒も、今回の実践では見受けられた。ポイントを捉えた上で、他者の数学的な思考を

解釈させていくことが、今後の課題といえよう。

2 仮説2について

今回の実践では、作図の手順の②の意味を理解できない生徒が多く見受けられ、そこにポイントを絞って説明させることで、能動的に聞く姿勢を養えたのではないかと考える。また、教師の立場でも、解明すべき点が明確に把握できたため、通常の授業より踏み込んで、説明を繰り返させることができた。そういった意味からは、言語活動に関する研究実践の中で、本校数学科が課題としている、「言語活動を通した指導に生かすための評価」にも、ある種の光明を見いだせたのではないかと考えている。