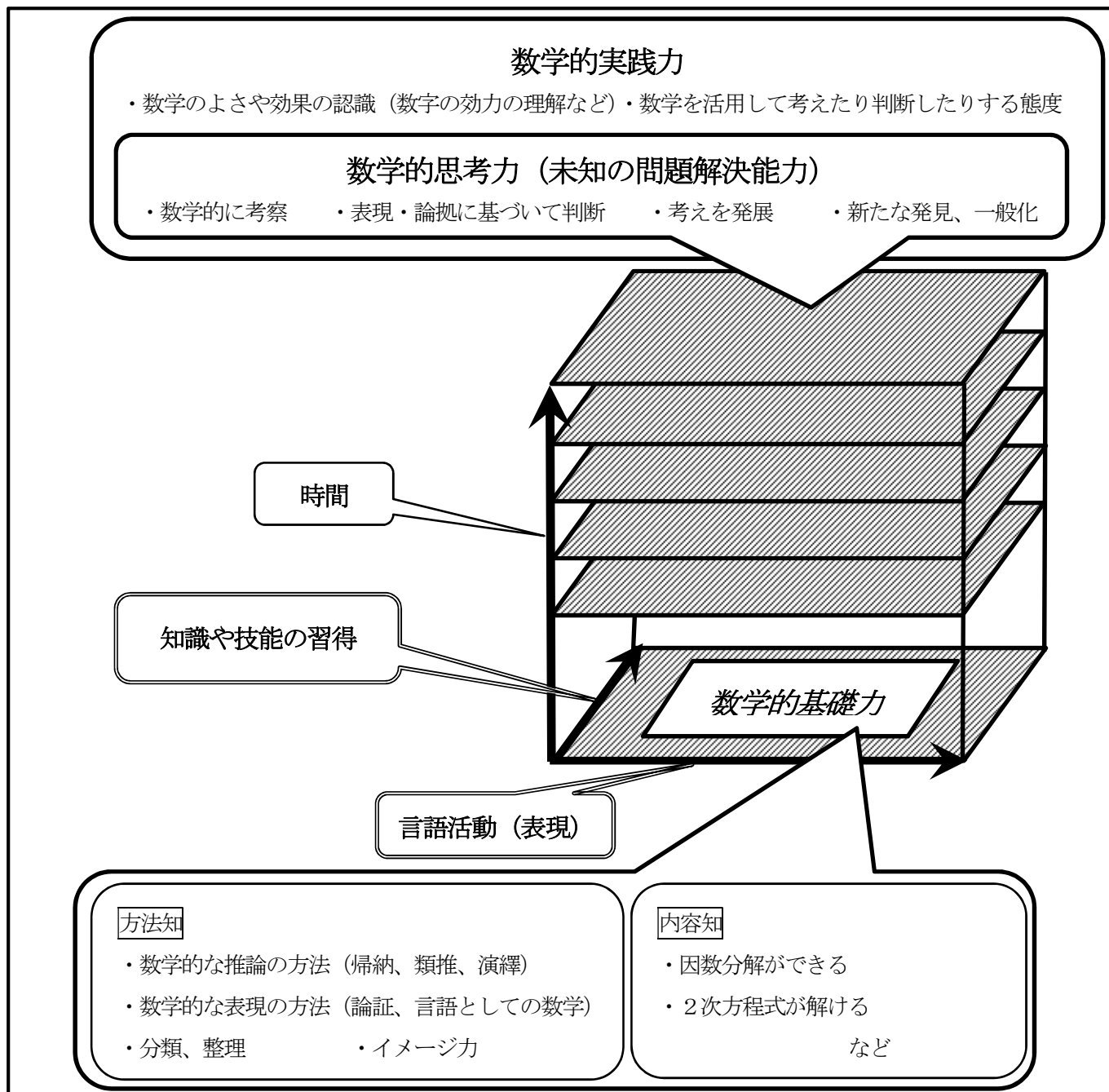


数学科の本質

数学科の本質 = 「未知の問題を解決する力の育成」

21世紀型能力（イメージ図：富山大附属中数学科）



$$\text{数学的基礎力} = (\text{知識や技能の習得}) \times (\text{言語活動})$$

(知識や技能の習得) = 基礎的・基本的な内容を習得し、その背景にある原理・法則の理解を深め、その理解に裏付けされた確かな知識及び技能を習得すること

(言語活動) = 「学習指導要領解説 数学編」で、表現することに値する

$$\text{数学的思考力} = \text{数学的基礎力} \times \text{時間}$$

数学科の本質について

1 数学科の本質

本校数学科では、数学科の本質を「未知の問題を解決する力の育成」と考える。この力の育成ために、数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高める必要がある。（「学習指導要領解説 数学編」より引用）

2 21世紀型能力（富山大附属中数学科）

「21世紀型能力」について、本校数学科は、左のイメージ図のように3次元的な四角柱の形で表す。このイメージ図における「数学的基礎力」とは、授業を通して身に付けさせたい能力のことであり、教科の学習内容のことではない。

「数学的基礎力」＝（知識や技能の習得）×（言語活動）として、「数学的基礎力」を2次元的な長方形の面積として考える。ここで、（知識や技能の習得）とは、簡潔に言うと**方法知**と**内容知**を習得することである。（言語活動）とは、思考を他者に的確に分かりやすく伝えたり、他者の思考を解釈したりするなど、互いに伝え合うことである。本校では、平成23年度から平成27年度までの4年間、課題学習における言語活動の明確化と充実という副題の下、研究を進めてきた。結果として、知識や技能の習得の過程で言語活動を充実することは、より知識理解を深めることになり、技能のより確かな習得につながるということが解明された。さらに、数学的に考える力が高まることにもつながる。つまり、言語活動が不十分で学習内容だけを教え込みのように習得させると、「数学的基礎力」の高まりが不十分になる。このように、「数学的基礎力」は、充実した言語活動による学習内容の習得によって高まると考える。「数学的基礎力」は、イメージ図でいくつかの長方形で表されている。1枚の長方形は、各学年の各領域を表している。1学年4領域なので、長方形は、12枚積み上げられているイメージである。「数学的基礎力」は、学年が進むごとに身に付く能力が増えつつ、高められていくと考える。

「数学的思考力」は、数学科の本質でもある、「未知の問題を解決する力」と捉える。「数学的基礎力」の中には、数学的な推論の方法、数学的な表現の方法、分類・整理、イメージ力、アルゴリズムといった、思考力が含まれている。「数学的基礎力」では、知識としての思考の方法であり、技能として使用してみるといった段階のレベルである。しかしイメージ図のように、経験を重ね繰り返し思考の方法としての技能を高めていけば、本来の意味である「未知の問題を解決する力」が得られると考える。そこで、「数学的思考力」＝「数学的基礎力」×（時間）として、3次元的な四角柱の体積として考える。

「数学的実践力」は、最終的に目指す能力である。イメージ図では、全てを囲むように表されているが、これはできあがる立体の形や質をイメージで表している。「数学的実践力」とは、数学のよさや効果の認識（数字の効力の理解など）であり、数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度である。「未知の問題を解決する力」としての能力が身に付いていく過程で、数学のよさを理解し、進んで数学を活用して判断しようという態度が育まれるのではないかと考える。生涯に渡り、様々な問題に直面したとき、自らの問題解決力をもって乗り越え生きていけるようになることが、数学科が目指す本質である。

3 本質に迫る授業づくり

先に示したように、言語活動によって思考の伝え合いを行うことで、数学的に考える力が高まる。そこで日々の授業では、数学的な活動を通して思考方法を使って考察し、その内容を論拠するといった課題解決に、言語活動を軸として繰り返し取り組む必要がある。そうすることで「数学的基礎力」といった能力が徐々に高まる。本質である「未知の問題を解決する力」に迫るためには、「数学的基礎力」を十分に育んでいかなければならない。そのためにも、生徒が主体的に課題解決を図っていくような課題設定が吟味された授業を実践していくことが、本校数学科の目指す「教科の本質に迫る授業づくり」と考え、取り組んでいく。

新しい時代に必要となる資質・能力の育成をめざした数学の本質

－数学の本質と課題学習－

長田 正臣 中林 雅史 山口 泰浩

I 新しい時代に必要となる資質・能力の育成と数学教育の本質

1 「新しい時代に必要となる資質・能力」

平成26年11月の中央教育審議会における「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」では、新しい時代に必要となる資質・能力について記された。「個別の知識や技能」「思考力・判断力・表現力」「学びに向かう力、人間性等」といった三つの柱を立て、各教科指導を通して育成すべき内容が以下のように示されている。

基礎力（何を知っているか、何ができるか）

- ・基本的な概念や原理・法則の体系的理解
- ・事象を数学化したり、数学的に解釈・表現したりすること

思考力（知っていること・できることをどう使うか）

教科等の本質に根ざした見方や考え方等

- ・事象を数学的に考察・表現し、数学的論拠に基づいて判断し問題を解決したり数学的な考え方を発展させたりする力

実践力（どのように社会・世界と関わりよりよい人生を送るか）

情意、態度等に関わるもの

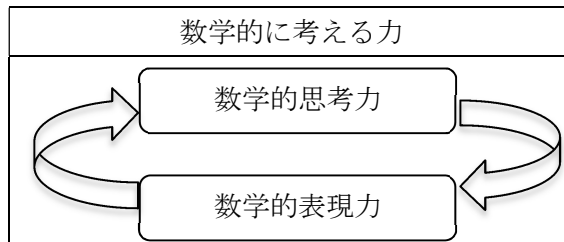
- ・数学のよさの認識、数学的論拠に基づき判断する態度など

2 数学教育の本質と課題学習

本校数学科では、「これまで獲得した、数学的な知識や技能を基盤に、これまで学んだ数学的な見方や考え方を生かして活用したり、見通しをもって問題を解決したり、その過程を自ら振り返ったりすることで数学的な知識や技能・見方や考え方がさらに深まっていく。この一連の流れを繰り返すことで、数学のよさを理解し、数学を進んで活用する生徒の育成ができるのではないかと考えてきた。これは、課題学習に対する数学科の考え方であるが、先に述べた三つの柱の内容と一致する。つまり、本校数学科が目指してきた課題学習そのものが、数学教育の本質に迫る授業形態であると考えている。

3 数学教育の本質

本校数学科では、数学教育の本質を「未知の問題を解く能力の育成」と考える。未知の問題を解く能力とは、「数学的に考える力」のことである。ここで、数学的とは論理的に物事を考えることであるが、本校数学科としての「数学的に考える力」を次の図で表す。



図のように、数学的に考える力とは、数学的に思考する力と数学的に表現する力の二つの力のこととした。図で示す矢印のように双方は密接な関係であり、切り離すことができない関係であると考える。また、言語活動により思考が可視化され表現力が高まり、表現が高まると思考が高められる。つまり、双方は言語活動によって相乗的に高まるといえる。ここで、数学的に思考する力と数学的に表現する力を下に示す。

数学的な思考力

- ・数学的な推論
- ・イメージ化
- ・統一、一般化
- ・アルゴリズム
- ・分類、整理

数学的な表現力

- ・筋道立てて説明する
- ・論理的に説明する
- ・聴き取る、読み取る

ここで示した、「数学的な思考力」「数学的な表現力」を本校数学科版の21世紀型能力の**数学的基礎力**とし、また「数学的に考える力」を**数学的思考力**とした。数学的基礎力が高まった数学的思考力を次のように示す。

数学的思考力「未知の問題を解決する力」

- ・数学的に考察・判断
- ・論拠に基づいて判断・表現
- ・考えを発展
- ・新たな発見
- ・新たな創造
- ・一般化

帰納や類推によって新しい命題が予想できても、表現できなければ未知の問題を解決できるとは言えない。また、論理的に説明できても、見いだすことができなければ未知の問題を解決できない。つまり「数学的に考える力」＝「未知の問題を解決する力」が育成されるためには、「数学的な思考力」と「数学的な表現力」の双方をバランスよく高めていく必要がある。

4 本質に迫る授業づくり

数学的活動を通し、効果的に言語活動を取り入れることで**数学的基礎力**を高める授業を実践することで、本質である**数学的思考力**が育まれていくと考える。そのためには、課題解決のために数学的に推論する場面を設定し、見いだした方法や概念を言語活動により表現する。また、表現された内容を論証し、課題を解決する。さらに、解決したことから、推論し新しい命題を予想する。といったように、連続的に課題が生じるような授業を行うことで、数学のよさを実感できるのではないだろうか。

II 本質に迫る授業実践

第3学年 「数学的基礎力」を高める実践

1 題材

平方根と三平方の定理

2 授業の流れ

- ①線分の長さを考える。
- ②線分を1辺とする正方形に着目。
- ③線分の長さを求めるために、正方形の面積が必要。
- ④(正方形の面積) = (直角三角形の面積) × 4 + (内包する正方形の面積) を見いだす。
- ⑤直角三角形の斜辺以外の2辺の長さで正方形の面積が求まることを見いだす。
- ⑦線分の長さ = 直角三角形の斜辺であることに気づく。
(三平方の定理の概念を見いだす)

3 考察

①から⑦は、数学的基礎力を活用し、次の番号を見いだしている。この授業では結果として、上の⑦のように、別の单元である三平方の定理の概念を生徒自ら見いだす。このように、数学的基礎力を活用していくことは、数学的基礎力を高まっていくことにつながる。この実践を繰り返すことで、数学的思考力が育まれていく。