

数学科学習指導案

3年4組 男子24名 女子16名 計40名

指導者 山口 泰浩

1 題材名 三平方の定理

2 題材について

三平方の定理は、簡潔な美しさや活用の広さなどから、昔から多くの人々が関心をもち、その証明も数百種類以上あるといわれている。直角三角形の3辺の長さの関係を表す代数的な見方と、直角三角形の各辺を1辺とする3つの正方形の面積の関係を表す幾何学的な見方があるため、「数と式」領域と「図形」領域とを統合的に捉えることが可能な単元である。また、直角三角形の2辺から残り1辺の長さを求めることや、測量などの実生活で活用されているという実際的な視点、無理数の発見に伴うギリシャ数学の歴史的な背景や逸話による哲学的な心など、その重要性は様々な視点から伺うことができる。

三平方の定理の活用場面は実に広い。長方形や直方体の対角線の長さ、様々な三角形の面積、円錐や角錐の体積、座標平面上の2点間の距離など、授業の中で触れられてはいたものの、なかなか求めることができなかったものが、三平方の定理を学ぶことで解決が可能になる。

平方根の学習の導入では、格子点が書かれた平面を用いて、規準となる格子点と各格子点を結ぶ線分の長さを求める課題に取り組んでいる。その過程では、求めたい線分を1辺とする正方形の面積を4つの直角三角形と1つの正方形に分割して求め、それを手がかりに線分の長さに迫っている。線分の長さは既習の数の概念だけでは表すことができないことを確認した後、根号を用いて長さを表すことを紹介し、根号の必要性を感得させた。

本時は、長さを求めたい線分を1辺とする正方形の内部にできる直角三角形に着目させることで、直角三角形の斜辺は、直角をはさむ2辺の長さから求められることに気付かせ、三平方の定理の導入を図りたい。また、平方根の学習を既習の内容や方法として、三平方の定理を導き出すという過程を通して、既習の内容や方法を生かして新たなものを創り出していくという、数学のよさも味わわせたい。

3 言語活動の充実との関連

本時は、格子点上の線分の長さを求めた過程を改めて振り返り、三平方の定理の概念を見いだす過程を通して、帰納的に推論する力を高めたい。そのためには、正方形の面積を、四つの直角三角形と、その内部にできる正方形に分割して求めることや、正方形の面積を求める過程を表した式の意味を理解しなければならない。そこで、キーワードを生かした学習展開や、どこが分からないのかを明確にさせる学習展開を取り入れることで、要点を絞った、聞き手のニーズに応える説明や、能動的な態度で聞くといった言語活動を充実させたい。

4 単元の目標

- 三平方の定理の美しさや背景にある数学的な見方や考え方に触れ、数学のよさを味わうことができる。
(数学への関心・意欲・態度)
- ◎ 三平方の定理の証明を考えたり、図形の中に直角三角形を見だし三平方の定理を活用して考えたりすることができる。
(数学的な見方や考え方)
- 三平方の定理の証明の過程を適切に表現したり、三平方の定理を活用して長さや面積を求めたりすることができる。
(数学的な技能)
- 三平方の定理やその逆の定理の意味を理解し、三平方の定理を活用すれば、長さや面積を求められることを理解することができる。
(数量や図形などについての知識・理解)

5 全体計画 (全9時間)

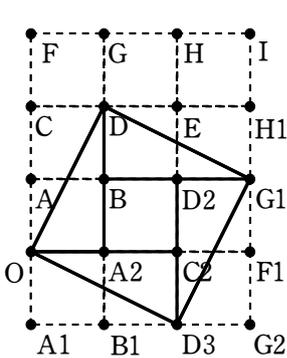
- (1) 三平方の定理・・・・・・・・・・ 3時間 (本時1/3)
- (2) 三平方の定理の逆・・・・・・・・ 1時間
- (3) 三平方の定理の利用・・・・・・・・ 5時間

6 本時の学習 (全1/8時間)

(1) 指導目標

- ① 求めたい線分を1辺とする正方形を考えるなど、既習の内容や方法を生かして課題解決することのよさを味わうことができる。
(数学への関心・意欲・態度)
- ② 平方根の学習における既習の内容や方法を生かして、直角三角形の直角をはさむ2辺の長さが分かれば、斜辺の長さが求められることを見いだすことができる。
(数学的な見方や考え方)
- ③ 正方形の面積の求め方を、直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを用いて、図や式で表すことができる。
(数学的な技能)
- ④ 直角三角形の斜辺と、直角をはさむ2辺の長さについて理解することができる。
(数量、図形などについて知識・理解)

(2) 展開

学習内容	解決への過程	指導上の留意点
既習の確認 ○2つの格子点を結んだ線分の長さ	○線分ODの長さを求めてみよう。 	・平方根の学習を想起させ、格子点の意味などを確認する。

課題の設定・把握
○2点を結んだ線分の長さ

・ODを1辺とする正方形をかく。正方形の面積は、4つの直角三角形と1つの正方形の面積の和で求められるので、

$$2 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 4 + (2 - 1)^2 = 5$$

よって $OD = \sqrt{5}$

○ある格子点と別の格子点を結んだ線分の長さを求めることはできるか。

・この考え方を使えば、どのような場合でも求めることができる。

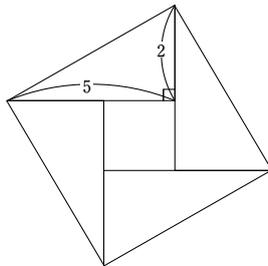
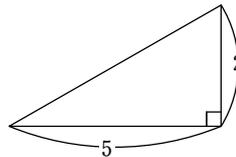
2点を結ぶ線分の長さを求めるにはどのように考えたらよいだろうか。



- ・基準があれば求められる。
- ・2点を結んだ線分を1辺とする正方形の面積がわかれば求められる。
- ・直角三角形の面積と内部の正方形の面積がわかれば求められる。
- ・直角三角形の直角をはさむ2辺がわかれば求められる。

課題の追究・解決
○直角三角形の斜辺の長さ

○直角三角形で、直角をはさむ2辺の長さが5と2のとき、斜辺の長さを求めてみよう。



$$\frac{1}{2} \times 5 \times 2 \times 4 + (5 - 2)^2 = 29$$

よって斜辺の長さは $\sqrt{29}$

・O、D、G1、D3 を結んでできる四角形が、正方形になることを確認する。

・式でも、正方形の面積の求め方を表すように促す。

・格子点があった場合と比較することで、何がわからなくなったために、線分の長さが求められなくなったのかを段階的に明らかにしていく。

・どの部分がわかれば線分の長さが求められるのかを、言葉と図で明らかにする。

◇平方根の学習における既習の内容や方法を生かして、直角三角形の直角をはさむ2辺の長さがわかれば、斜辺の長さが求められることを見いだすことができる。

【見方や考え方】

◇求めたい線分を1辺とする正方形を考えるなど、既習の内容や方法を生かして課題解決することのよさを味わうことができる。

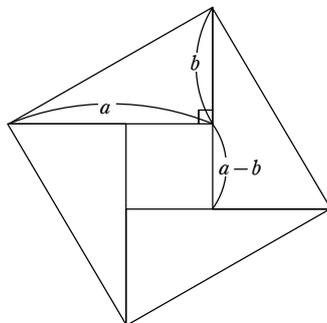
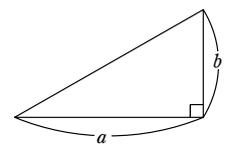
【関心・意欲・態度】

・図と式で、正方形の面積の求め方を表させる。

・求めたい線分の長さがこのように無理数になることがあることから、実測には限界があることにふれたい。

課題の定着・発展

直角三角形では、直角をはさむ2辺の長さがわかれば、斜辺の長さはどんな場合でも求められるだろうか。



$$\frac{1}{2}ab \times 4 + (a-b)^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

$$= a^2 + b^2$$

よって斜辺の長さは $\sqrt{a^2 + b^2}$

○直角三角形で、直角をはさむ2辺の長さが5と3の時、斜辺の長さを求めてみよう。

$$\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9}$$

$$= \sqrt{34}$$

○振り返りカードを記入する。

・文字を使えば一般化できることに気付かせる。

・多項式の展開や根号を含む式の計算については、学び直しの機会ととらえ、丁寧に指導する。

◇正方形の面積の求め方を、直角三角形を直角をはさむ2辺の長さを用いて、図や式で表すことができる。

【技能】

◇直角三角形の斜辺と、直角をはさむ2辺の長さの関係について理解することができる。 【知識・理解】

・直角三角形の3辺に着目させ、斜辺の長さを求めさせる。