

第3学年 数学科学習指導案

3年3組 男子21名 女子18名 計39名

指導者 山口 泰浩

【授業】13:10~14:00 会場 3年3組(4階)

【協議会】14:15~15:25 会場 3年2組(4階)

1 単元名 円

2 単元について

中学校の図形領域において、身に付けるべき資質・能力は主に「図形の内容、図形の性質や関係について理解するとともに、図に表現したり、正しく作図したりする技能」と、「論理的に考察し表現する力」の2つである。この2つの力を身に付けるために、第1学年では、単なる操作や作業に終始することなく、論理的に考察するとともに、考察したことを筋道立てて説明する機会を設けてきている。第2学年になると論証によって図形の性質を調べることが主となり、数学的な見方や考え方を直観的に働かせることから論理的に働かせることに重点を置いていく。これらを踏まえ、第3学年では引き続き、論理的に考察し表現することに力点を置きつつ、見いだした性質を具体的な場面で活用できる力も養いたい。そのために、帰納的な考え方や特殊化の考え方などによって課題解決に見通しをもったり、演繹的な考え方を使うことによって既習を生かすことによるよさを実感したりするなど、数学的な考え方を、意識的に活用できる力を育みたい。

第2学年における、合同であることや長さが等しいことの証明は、結論が見ただけで分かるため演繹的な推論のよさを感じにくかった。しかし、本単元では「円周角は中心角の半分である」のように見ただけでは明らかでない事柄を扱うので、演繹的な推論のよさを感じやすい。また、証明した事柄やその過程で明らかになった事柄を発展的に考えることで、新たな性質を自分たちの手で見いだすことができ、数学的活動の一層の充実を図れる場面である。さらに、円周角の定理を活用する場面では、他の単元の内容を組み合わせて考察するなど、高い論理性が求められることから、論理的な思考力を伸ばすのに最適な単元であるとも言える。例えば、同じ弧に対する円周角が等しいこと（円周角の定理）は円周角と中心角の関係から証明するが、教師から中心角についての視点を与えなければ、その性質には気付きにくい。指導に際しては、生徒の課題意識を大切に、自ら課題を見付け追究するような指導展開としたい。

具体的には、必ず存在する三角形の外接円を想起し、円に四角形が内接する状態の考察を取りかかりとする。円に内接する四角形は、対角の和が 180° になっている点が共通しており、その四角形の特徴を考えることで、円周角の定理や接弦定理といった新たな性質を自ら見いだせるようにしたい。見いだした過程を振り返ることが既に演繹的な推論であり、そのような論理的に考察する経験を継続することで数学的な考え方を活用する態度を育てたい。本時では、帰納的な考え方や特殊化の考え方をを用いて「円に内接する四角形にはどんな特徴があるか」を考える。そして、「円に内接する四角形の対角の和は 180° である」という特徴を見だし、その一般性を保証するために証明を行う。その際、証明した過程から視点を変えて別の角の関係に着目することで、「1つの弧に対する円周角は、同じ弧に対する中心角の半分である」や「同じ弧に対する円周

角は一定である」、「円に内接する四角形は1つの外角がそれととなり合う内角の対角に等しい」という性質を見いださせたい。本時で追究したことは、今後学習する円周角の定理の逆、高校で学習する接弦定理へ学習を発展させることもできる。このことは、既習の数学を基にして、図形の性質などを見だし、発展させるという数学的活動を充実させること、そのものといえる。

3 教科の本質に迫る授業づくり

- ・ 数学的な考え方を活用することのよさを実感させる指導展開の工夫
- ・ 既習の内容や方法を想起させる発問の工夫

これまでは、帰納や類推によって見いだした性質を演繹によって確かめるという流れが一般的であった。しかし、特殊化や演繹によって、新たな性質を見いだしたり確かめたりすることで、より効率よく原理や法則を発見できる、数学的な考え方を活用するよさを実感できるよう指導展開を工夫した。特に、円周角の定理は、既に証明した事柄を発展的に考えることで定理を見だし、実測によって確かめることで、演繹のよさを実感し、数学を活用していく態度につながると考える。また、既習の内容や方法を想起させるために、「これまで見たことのある図形や、使えそうな定理はないか」や「点を動かすことで何か分かることはないか」など、新たな性質に気付かせる手立てとなる発問を工夫した。このような発問を、今回に限らず継続していくことは、生徒自身の既習の経験となり活用していく態度を育むことができると考える。

4 単元の目標

- 円周角と中心角の関係や、円周角の定理の逆など、円の性質を具体的な場面で、活用しようとすることができる。
(学びに向かう力、人間性等)
- ◎ これまで学習した図形の内容を基に、円周角の定理を証明したり、円周角の定理を具体的な場面で活用したりすることができる。
(思考力、判断力、表現力等)
- 円周角と中心角の関係、及び同じ弧に対する円周角の性質の意味を、相互に関連付けて理解するとともに、円と中心角の関係や、円周角の定理を用いることで、角の大きさを求めたり、円の性質を利用した作図をしたりすることができる。
(知識及び技能)

5 全体計画 (全 9 時間)

- (1) 円の性質…………… 1 時間
- (2) 円に内接する四角形…………… 2 時間 (本時 1 / 2)
- (3) 円周角の定理…………… 3 時間
- (4) 円の性質の利用…………… 3 時間

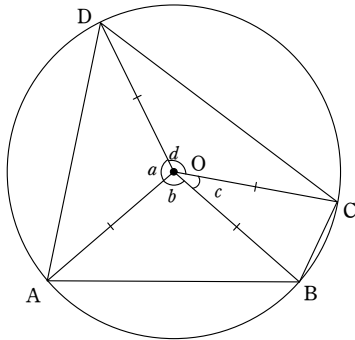
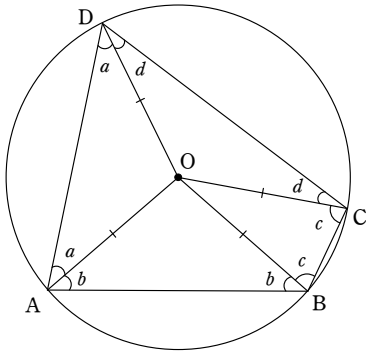
6 本時の学習（全 2 / 9 時間）

(1) 指導目標

- ① 円に内接する四角形の性質や円周角の定理の考察を通して、数学的な推論のよさを実感することができる。（学びに向かう力、人間性等）
- ② 円に内接する四角形の対角の和が 180° になることの過程を考察することで、円周角の定理等の様々な性質を見いだすことができる。（思考力、判断力、表現力等）

(2) 展開

学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
<p>1 三角形を四角形に変えると外接円はかけるか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・かける場合とかけない場合がある。 	
<p>円に内接する四角形にはどんな特徴があるのだろうか</p>	
<p>2 円に内接する四角形の共通した特徴は何か。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・一組の対辺が平行である→反例がある ・対角線の長さが等しい→反例がある ・中心から4つの頂点までの距離が等しい ・二等辺三角形が4つ作れる ・四角形の内角の和は 360° である ・となりあう角の和が 180° である →反例がある ・対角の和が 180° である 	<ul style="list-style-type: none"> ・長方形や等脚台形において、既に成り立っている特徴から考察するという視点をもたせることで見通しをもたせたい。 ・自力解決ができない生徒には、等脚台形の4つの角を実測させ、気付いたことをあげさせる。 ・四角形の内角の和は常に 360° であることを確認することで、角の関係に着目させる。
<p>3 円に内接する四角形の対角の和が 180° であることを証明しよう。</p> <p>【証明1】</p> $2\angle a + 2\angle b + 2\angle c + 2\angle d = 360^\circ$ $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ$ <p>よって、円に内接する四角形の対角の和は 180° である。</p> <p>【証明2】</p> $\begin{aligned} \angle ABC + \angle ADC &= \frac{180^\circ - a}{2} + \frac{180^\circ - b}{2} \\ &\quad + \frac{180^\circ - c}{2} + \frac{180^\circ - d}{2} \\ &= 360^\circ - \frac{a + b + c + d}{2} \\ &= 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ \end{aligned}$ <p>よって円に内接する四角形の対角の和は 180° である。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・円の中心が図形の边上や外部にある場合については扱わない。 ・見通しがもてない生徒には、円の定義を確認することで中心と頂点を結ぶ線分が等しいことを意識させる。 ・中心と頂点を結び、二等辺三角形を4つ作ったが、証明がかけない生徒には、四角形の内角の和を確認することで、見通しをもたせたい。 ・自力解決できた生徒が少ない場合には、グループで説明させる時間を設ける。 ・対角の和が 180° になることを根拠を明らかにしながらお互いに説明し合うことで、思考を整理し、理解を深めたい。

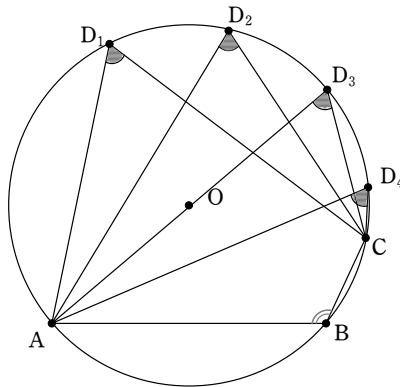
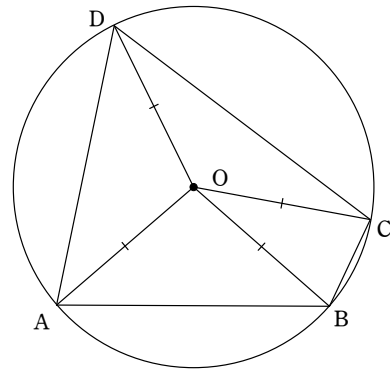


4 この図形から、角の関係について他にいえることはないか。

・ $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC$

・ 点 D を動かしても、対角の和は 180° なので、 $\angle D$ の大きさは一定である。

・ 円に内接する四角形は 1 つの外角がそれととなり合う内角の対角に等しい。



5 実際に角を測って確かめる。

6 本時の振り返りをする。

・ 円周角の定理を見いだすために、矢じり型の図形のとがった部分の角の和はへこんだ部分の角の大きさになることを手立てとしたい。

・ 「点 D を動かしても、 $\angle D$ の大きさは一定である」という意見が出ない場合には、教師から点 D を動かした図を与え、4 つの $\angle ADC$ の大きさについて演繹的に推論させる。

・ 演繹的な考え方を使うことで直感的には気付きにくいことでも、論理的に性質を見いだせるというよさを味わわせるとともに、円周角の定理の美しさを実感させたい。

・ 円周角の定理はどのような場合でも本当に成り立つのかという発問をし、次時への課題意識を高めたい。

(3) 学習評価の観点

- ・ 円に内接する四角形の性質や円周角の定理の考察を通して、数学的な推論のよさを実感することができる。 (学びに向かう力、人間性等)
- ・ 円に内接する四角形の対角の和が 180° になることの過程を考察することで、円周角の定理等の様々な性質を見いだすことができる。 (思考力、判断力、表現力等)

7 授業観察の視点

課題を解決するために、既習を想起させる発問は有効であったか。

- ①円の性質 内接円・外接円・必ず外接円がかける四角形（正方形、長方形、等脚台形）
- ②円に内接する四角形にはどんな性質があるのか
 - 【円に内接する四角形は1組の対角の和が 180° 】
 - 【円に内接する四角形は1つの外角はそれととなりあう内角の対角に等しい】
 - 【円周角の定理（1つの弧に対する円周角は一定である）】
 - 【円周角の定理（1つの弧に対する円周角は同じ弧に対する中心角の半分である）】
- ③円周角の定理の証明
- ④円周角の定理の逆の証明
- ⑤円に内接する四角形の逆
- ⑥接弦定理
- ⑦円外の1点から、その円への接線の作図
- ⑧2円の共通な接線
 - 【円の接線とその接点を通る弦のつくる角は、その角の内部にある弧に対する円周角に等しい】
- ⑨円に外接する四角形の性質