第３学年　数学科学習指導案

３年２組　男子２１名　女子１９名　計４０名
指　導　者　竹内　真理子
【授　業】13：30～14：20　会場 ３年２組　（４階）
【協議会】14：30～15：20　会場 マルチ教室（３階）

１　単元名　　円

２　単元について

（１）単元設定の趣旨

古くから数学における証明の営みは、ある事柄が正しいことを自分が納得し、他者に説得するという役割を担ってきた。自分が納得できるとともに他人に説得できるようになると実感できるようにするためには、論理的に考察し表現する力を育成することが必要である。数学的な推論に関して、帰納、類推、演繹は小学校の時から自然な形で用いられてきた。中学校数学科では、それぞれの必要性と意味について理解できるようにするとともに必要な場合は適切に用いることができるようにすることがその指導の重要なねらいである。

本単元で学習する図形「円」は、図形の中でも身近な図形の１つであり小学校から学習してきている。第３学年では、数学的な推論の過程に着目し、円の性質について学習することになる。通常、単元の導入では、カメラの位置調べやストリングアートなど観察や操作、実験によって見出し、円の性質について証明することが多い。しかし、これらの実験、観察は、自ら見出した課題ではなく、教師が場面を設定したうえで、見出した課題である。中学校１、２学年で、新たな課題を見出すときに、今までの学習をもとに、説明できていない点や疑問な点を見付け解決してきた経験から、教師が与えた場面設定から出てくる疑問は、課題を与えられた感覚が強く、自ら解決したいとの意欲につながりにくいことも想定される。そこで、本単元では、作図をきっかけとして、円の性質に気付かせ、既習をもちいて考察していく。そうすることで、既習の知識と円の性質を相互に関連付けて整理したり体系化したりでき、既習を生かすよさや数学を問題解決に活用しようとする態度を一層のばすことができると考える。

（２）生徒の実態と指導観

本単元の導入では、円に内接する多角形の作図として、まずは小学校で学習した正六角形、次に正方形、長方形の作図を考えさせた。長方形では、既習を利用し、円周上で直角を作図する方法と、長方形の性質を利用し直径を２本交わるようにひく方法と２通りの意見が出てきた。どちらも根拠が明らかな作図方法であるため、生徒は納得感をもって作図している。本時では、円に内接する直角三角形の作図について考える。直角三角形の作図も、前時の学習を踏まえ２通りの意見が出てくると予想される。そして「この２つの方法から気付くことはないか」と問うことで、円に内接する直角三角形では、斜辺が直径になっていることや、直径と円周上の１点を結べば、直角をつくることができる（直径と円周角の定理）ことに気付くと考えられる。しかし、またそれと同時に直

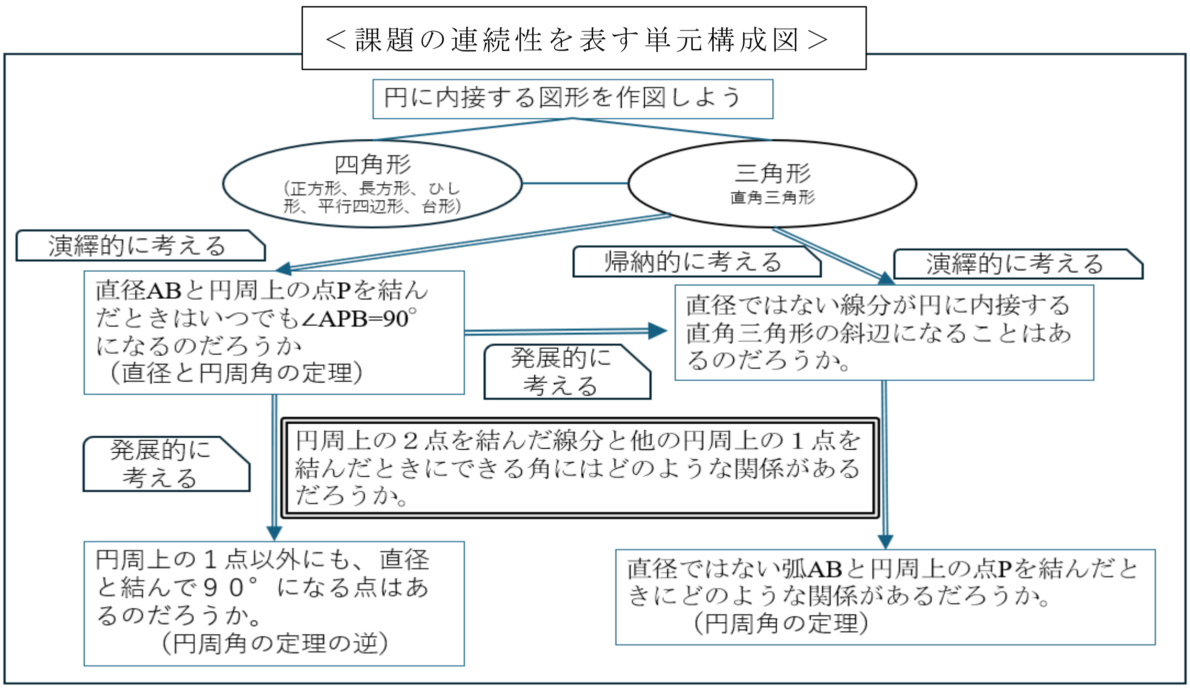
径以外で直角三角形の斜辺となる線分はないのか、直径と円周上の１点を結べば本当にいつでも 90°なのかについて疑問に思う生徒も出てくると予想される。本時ではこれらの疑問を取り上げ、その課題を解決していく。このように１つの課題から新たな課題を見いだし解決していく過程は、生徒が将来、未知の課題にぶつかったときに、自ら課題を見つけ、解決していくうえで、必要であると考える。本単元では、課題を連続的に捉え、自ら課題を見つける活動を意図的につくることで、生徒の生きて働く力の育成へとつなげたい。

３　「見方・考え方」を働かせ、「深い学び」を実現する授業づくり

視点①　深い学びを実現する単元構成

深い学びを実現するために大切にしていることは２つある。１つは課題意識の高まりである。与えられたものを解くだけは、課題意識は高まらない。問題を解決する過程で出てきた自分の中から沸き起こる疑問が、それを解決したいという気持ちにつながるのではないかと考える。本単元では、まず円に内接する図形を作図しようという問題のもと、正六角形の作図を行い、次に四角形の作図を行う。どの四角形の作図においても、四角形の性質の逆を根拠として、作図の方法を説明できるので、生徒は自ら問題を解決すると考える。そして次に直角三角形の作図を行う。直角三角形においても四角形を作図したことから、自ら作図方法を見出すことができると考える。しかし、作図することによって新たな気付きや疑問も生まれる。本単元では、このように、課題意識を高めるためには生徒にどこで疑問を抱かせるのかを大切に単元構成を行った。

もう１つは課題の連続性である。課題はそのもの単体で解決していくものではなく、課題を解決する過程でうまれたり、課題を解決したあとに新たな課題がうまれたりすると考える。本単元では、直角三角形の作図からを起点として、新たな疑問を導き、その疑問から「円」の単元全体の構成を作っていくことにした。そうすることで、生徒自らが課題を見付け、必要感をもって課題を解決していくことにつながると考えた。



視点②　見方・考え方を働かせる「問い」

本単元では、演繹的な考え方を働かせて証明していく課題と、条件を変えて課題を新たな課題につなげる発展的な考え方を軸にして、単元構成を行った。よって本単元で使う数学的な「見方・考え方」とそれぞれ働かせるための「問い」を以下のように整理できると考える。

数学的な「見方・考え方」	発問例
論理的に考える	・まとめていえそうなことはないか。 ・いつでもいえるだろうか。 ・根拠は何だろうか
発展的に考える	・条件を変えると何がいえそうか。

４　単元の目標

・円周角と中心角の関係の意味を理解し，それが証明できることを知っている。（知識及び技能）

・円周角と中心角の関係を見出だすことができる。（思考力、判断力、表現力等）

・円周角と中心角を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。（学びに向かう力、人間性等）

５　全体計画（全９時間）

（１）円周角の定理　……………………………６時間（本時２／６）

時	学習課題	評価規準・評価方法
1	○円に内接する図形(正六角形、正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形)を作図しよう。	知識・技能①：行動観察、ノート ・小学校で学習した図形の性質を利用して、正方形、長方形、台形をかくことができる。 思考・判断・表現①：行動観察、ノート ・円と内接する四角形(正方形、長方形、台形)の作図の仕方を、四角形の性質を根拠として、説明することができる。
2 本時	○円周上の２点を結んだ線分と他の円周上の１点を結んだときにできる角にはどのような関係があるだろうか。	思考・判断・表現②：行動観察、ノート ・円に内接する直角三角形を作図することで、半径と円周上の１点を結ぶ線でできた角の大きさが常に９０°になることを見いだし、根拠を明らかにして証明することができる。 態度①：ノート、振り返りシート ・円に内接する直角三角形を作図し気付いたことや疑問点を見出したことから、それらの疑問点について演繹的な考え方や帰納的な考え方を用いて解決しようとしている。
3	○弧 AB と円周上の１点 P を結んでできた角は､点 P が円周上のどこであっ	思考・判断・表現②：行動観察、ノート ・前時の「直径以外に円に内接する直角三角形の斜辺は存在しないのだろうか」の疑問から反例を見いだ

	ても常に一定であることをどのように説明したらよいだろうか。	そうとした図から、弧と円周を条件を変えると何がいえるかについて考え、弧と円周上の１点を結んでできた角の大きさが常に一定であることを見いだし、根拠をもとに証明することができる。 態度②：ノート、振り返りシート ・円周角の定理を見いだし、そのことがらについて粘り強く証明しようとしている。
4	○半径 AB と円周上にない１点 P を結んでできる角で９０°になる点はあるのだろうか。	知識・技能②：行動観察、ノート ・円周角の定理の逆を利用して，４ 点が１つの円周上にあるかどうかを判断することができる。 思考・判断・表現④：行動観察、ノート ・円周角の定理の逆を証明することができる。
5	○等しい弧に対する円周角の大きさは、一定になるだろうか	思考・判断・表現③：行動観察、ノート ・円周角と弧の定理を証明することができる。また円周角と弧の定理を利用して、図形の性質を証明することができる。
6	○第１次から第４次までで学習した定理をもとに、演習問題を行う。	態度③：学びの足跡 ・学びの足跡を通して、学習したことを自分の言葉で説明しようとしている。

（２）円周角の定理の利用……………………３時間

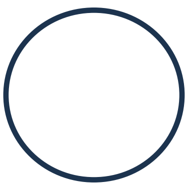
６　本時の学習（全２／９時間）

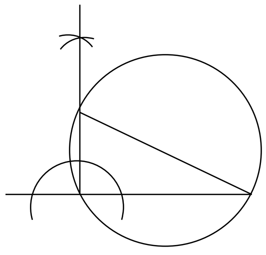
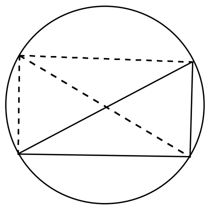
（１）　指導目標

・円に内接する直角三角形を作図することで、直径と円周上の１点を結ぶ線でできた角の大きさが常に９０°になることを見いだし、根拠を明らかにして証明できるようにする。（思考・判断・表現）

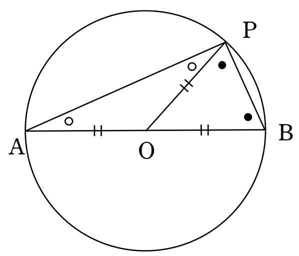
・円に内接する直角三角形を作図し気付いたことや疑問点を見出したことから、それらの疑問点について演繹的な考え方や帰納的な考え方を用いて解決しようとしている。（主体的に学習に取り組む態度）

（２）展開

学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
１　前時の復習をする。 ・円に内接する正方形は半径を１本引いて、中心を通る垂線を引くことで作図できた。 ・円に内接する長方形は２通り方法があった。 ２　次の問題について考える。 円に内接した直角三角形はどのように作図すればよいだろうか。 	・前時では円に内接する四角形を作図したことから、本時は円に内接する三角形を作図することにつなげる。

＜方法１＞ ・直角を作図してから、 交点を結べばよい。  ＜方法２＞ ・前回の授業で長方形は半径を２本ひくことでつくることができたから、直角三角形は半径と円周上の１点を結べばよい。 	・机間指導で＜方法２＞が生徒から出てきているかどうかを確認し、でてきていなかった場合は、前時の長方形の作図の仕方を想起させる。
３. この２つの方法から気付くことや疑問はないか。 ・方法２を使えば、直径と円周上の１点を結べば、９０°の角をつくることができる。 →直径と円周上の１点を結ぶといつでも９０°になるのだろうか。（疑問①） ・方法１、方法２ともに直径が必ず斜辺になっている。 →直径以外で直角三角形の斜辺となる弦はないのだろうか。（疑問②）	・直径に対する円周角が９０°であることは、長方形の性質の逆を根拠としても証明できる。しかし、これは長方形の性質の逆を証明できた場合であり、２年生の教科書には証明がのっていないので、証明してきたか曖昧であることから（実際には証明している）、別の方法での証明を考えさせる。そうすることで、次時の円周角の定理の証明の見通しがもちやすくなると考える。

円周上の２点を結んだ線分と他の円周上の１点を結んだときにできる角にはどのような関係があるだろうか。

４　３で出てきた疑問について解決する。 [疑問①] 直径 AB と円周上の点 P を結んだときはいつでも $\angle APB=90^\circ$ （証明） OP を結び、$\angle OAP=\angle a$ $\angle OBP=\angle b$ とする。 OA=OB=OP より二等辺三角形の底角は等しいから $\angle OPA=\angle a$、$\angle OPB=\angle b$ よって、△APB の内角の和は 180° なので $2(\angle a+\angle b)=180^\circ$ $\angle a+\angle b=90^\circ$ すなわち $\angle APB=90^\circ$  	・わからない生徒に対しては、分かっている生徒にキーワード（補助線、二等辺三角形）をあげさせることで手立てとする。 ・ペアで説明し、自分の言葉で根拠を説明させることで、生徒の理解を深めたい。

[疑問②] 直径ではない弧 AB と円周上の点 P を結んだとき∠APB=90°になる角は存在しない ・実際にかいてみたら、９０°になる場合はなさそうだ。 ・９０°になる場合はなさそうだけれども、弧がきまれば、角度は常に一定になりそうだ。 ６　振り返りシートの記入	・斜辺が直径でないとき、９０°になる場合がありそうかについて、実際にかくことで確かめさせる。 ・次時では、疑問②の証明から、円周角の定理につなげる。

（３）学習評価の観点

・円に内接する直角三角形を作図することで、直径と円周上の１点を結ぶ線でできた角の大きさが常に９０°になることを見いだし、根拠を明らかにして証明している。（思考・判断・表現）

・円に内接する直角三角形を作図し気付いたことや疑問点を見出したことから、それらの疑問点について演繹的な考え方や帰納的な考え方を用いて解決しようとしている。（主体的に学習に取り組む態度）