

数 学 科

河原 弘幸 長田 正臣 中林 雅史

数学科における言語活動

数学的な思考力

- 多様に考える力
- 見通しを立て予想する力

- 統一・一般化する力
- 検証する力

- 分類・整理する力

これら支える力として

数学的に推論する力（論理的に考える力）

- ・演繹的に推論する力
- ・帰納的に推論する力
- ・類推的に推論する力

思考力が高まる理由 I

思考の言語化の重要性

- ・自分は何が分かっているのかを捉える必要性
【思考を捉える】
- ・漠然とした思いや考えを整理する必要性
【思考との対話】
- ・思考の可視化による他とのコミュニケーション
【思考の練り上げ】

↓
思考力の高まり

思考力が高まる理由 II

思考と論理

- ・思考を言葉で説明することから論理が生まれる。
- ・主として伝達の道具として使われる外言が、主として思考の道具として使われる内言を育てる。
【「思考と言語」より
レフ・ヴィゴツキー著】

↓
推論する力の高まり

言語活動による
数学的思考力の高まり

話す

書く

聞く

読み取る

- ・根拠を示しながら
- ・「何をどの順で」を考えるなど、筋道を立てて

- ・話し言葉より難解な書き言葉に
- ・図やグラフなど、視覚的に分かりやすく

- ・いかに能動的に聞けるか
- ・メモを取りながら聞ける力

- ・他者の思考を読み取る
- ・式や図、グラフなどを読み取る

数学における言語活動

- ・数学的に考察したことを整理する場面
- ・数学的に考察したことを他者に説明する場面
- ・他者が数学的に考察したことを読み取る場面
- ・数学的に考察したことをまとめたり、振り返ったりする場面

どのような場面で

- ・言葉
- ・教科固有の語彙
- ・数
- ・文字
- ・図
- ・式
- ・グラフ
- ・表
- ・記号

など

- ・教科固有の語彙をできるだけ使う

↓
教科固有の語彙は概念を端的に表す

- ・思考過程をいかにして振り返らせるか

↓
振り返りカード

留意点は

午前公開

第2学年 数学科学習指導案

2年4組 男子23名 女子17名 計40名

指導者 長田正臣

1 題材名 連立方程式の解き方

2 題材について

学習指導要領では、連立二元一次方程式の必要性と意味の理解が強調されている。しかし連立二元一次方程式の指導は、一連のアルゴリズムに従った形式的な反復練習となることもある。授業では、既習の内容や方法を生かして考察すること、数学的活動を充実させること、という二つの視点を大切に指導していきたい。

方程式は、変数（未知数）を含んだ相等関係についての条件を表した等式であり、条件を満たす値を的確に、能率よく求めるために必要である。第1学年では、方程式の解は等式の条件を満たす値であること、解を求めるとは一元一次方程式を等式の性質を用いることで $x = \alpha$ の形に変形することを学んだ。第2学年では、二元一次方程式とその解の意味や二元一次方程式を連立させることの必要性と意味、及び、連立二元一次方程式の解の意味と解の求め方を学ぶ。第1学年で学習した一元一次方程式と関連付け、連立二元一次方程式を解くとはどういうことなのかを実感させることが大切であると考える。

前時では、一つの二元一次方程式しかつくれない条件を、具体的な場面として提示し、その解について考えた。一元一次方程式を学習している生徒たちは、二つの文字を用いて条件を式に表し、具体的な数を当てはめたり、等式変形したりするなどして、二元一次方程式の解を求めた。しかし、既習の内容や方法を生かしても解が一つに決められないことに疑問を抱き、解を一つに決めるためには条件が不足していることに気付いた。その後、一元一次方程式の問題と比較することで、解を一つに決めるために必要な新たな条件について考えている。本時では、もとの条件と新たな条件を比較し、連立二元一次方程式の解を求める方法について考える。まずは、二つの文字のうち、どちらか一方の文字の係数が等しい二つの条件を取り上げることで、加減法の概念に気付かせる。さらには、その概念や等式の性質を活用することで、加減法の概念を拡張していきたい。授業の前半では、文章で表された条件をモデルに表し、外的思考を伴う操作活動を取り入れることで、内的思考の充足を図っていきたい。また、モデルで考える場面を意図的に設定することで、代入法の概念を使わなければいけない場面をつくり出したい。これら一連の過程を通して、連立二元一次方程式を解くには、二変数のどちらか一方を消去し、既習の一元一次方程式に帰着して考えればよいことを自ら見いださせたい。

3 題材の目標

- (1) 二元一次方程式は、連立すれば解が一つに決まることに关心をもち、連立二元一次方程式の解き方を積極的に考えようとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- (2) 一元一次方程式の問題と比較することで、二元一次方程式の解を一つに決めるためには、二つの条件が必要であることに気付くとともに、連立二元一次方程式を解くには、二変数のどちらか一方を消去し、既習の一元一次方程式に帰着して考えればよいことを見いだすことができる。
(数学的な見方や考え方)
- (3) 加減法や代入法を用いて、効率的に連立二元一次方程式を解くことができる。
(数学的な技能)

- (4) 二元一次方程式とその解の意味や二元一次方程式を連立させることの必要性と意味、及び、連立二元一次方程式の解の意味を理解することができる。
 (数量や図形などについての知識・理解)

4 全体計画（7時間）

- (1) 二元一次方程式とその解 ・・・・・・ 1時間
 (2) 連立方程式の解と解法 ・・・・・・ 4時間（本時 1／4）
 (3) いろいろな連立方程式 ・・・・・・ 2時間

5 本時の学習

(1) 目標

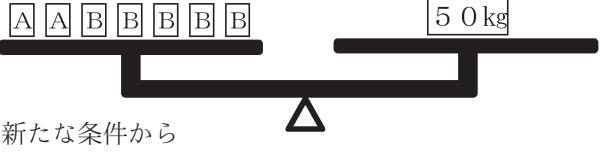
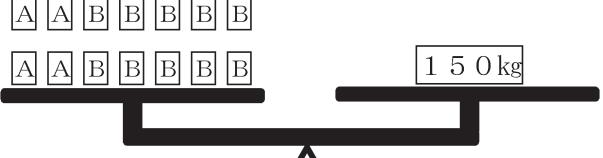
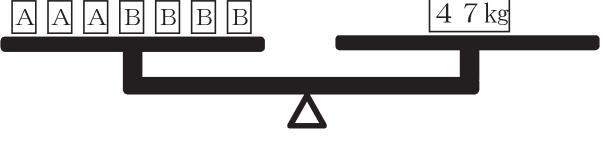
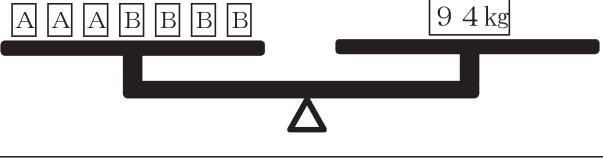
- ① 二つの二元一次方程式のどちらかの文字の係数を揃えて差に着目すれば、連立二元一次方程式の解が求められることを見いだすことができる。
 (数学的な見方や考え方)
 ② 連立二元一次方程式はどちらかの文字を消去し、一元一次方程式に帰着して考えればよいことを理解することができる。
 (数量や図形などについての知識・理解)

(2) 身に付けさせたい力と言語活動

本時は、連立二元一次方程式の解き方を考えることを通して、数学的な思考力の中でも、一般化する力を付けていきたい。また、一般化する手段として、類推的に推論する力、帰納的に推論する力も付けていきたい。
 そこで本時は、「話す」という言語活動の中でも、「説明する」ことを大切にし、自己の思考を捉え、対話させることで、ねらいとする力を付けていきたい。また、その過程では、外的思考を伴う操作活動を取り入れることで、自己の思考を捉えたり、自己の思考と対話したりすることを促進させたい。

(3) 展開

学習内容	解 決 へ の 過 程	指導上の留意点
前時の確認	<p>A、B 2つの品物がある。A 2個とB 5個の重さの合計は 50 kg であった。A、B 1個のそれぞれの重さを求めなさい。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・解が無数にある ・A、B 1個のそれぞれの重さは一組に決められない ・A、B 1個のそれぞれの重さを求めるためには、新たな条件が必要である 	<p>◇前時は、二元一次方程式の解が無数にあることを、表を用いたり、式を等式変形したりするなどして確かめたことを確認する。</p>
前時の課題	<p>A、B 1個のそれぞれの重さを求めるには、他にどのような条件がわかれればよいのだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・A 2個とB 3個の重さの合計が分かればよい ・A 3個とB 4個の重さの合計が分かればよい ・A 1個の重さとB 1個の重さの差が分かればよい 	<p>◇前時は、一元一次方程式の問題と比較することで、解を一つに決めるためには条件が不足していることを確認し、新たな条件について考えている。</p>

課題の設定・把握	<p>A、B 1 個のそれぞれの重さは、どのようにして求めたらよいのだろうか。</p>	
課題の追究・解決	<p>【モデルで考える】</p> <p>1 A 2 個と B 3 個の重さの合計が 4 2 kg との条件から</p>  <p>新たな条件から</p>  <p>2つの条件を比べると [B] の個数が 2 個の差で、重さが 8 kg 違う よって、B 1 個は 4 kg これをどちらかの条件に代入すると A 1 個は 1 5 kg</p> <p>2 A 3 個と B 4 個の重さの合計が 4 7 kg との条件から</p>  <p>↓ 両方の皿を 3 倍すると</p>  <p>新たな条件から</p>  <p>↓ 両方の皿を 2 倍すると</p> 	<p>◇まずは条件を式にせず、モデルで考えるものとする。</p> <p>◇新たな条件の数値については教師から与える。</p> <p>◇求められた A、B 1 個のそれぞれの重さは、二つの条件を満たしていることを確認する。</p> <p>◇どうすればよいか気付いた数名の生徒の考えを全体に広めるのではなく、できるだけ多くの生徒に自ら見いだせるために、時間を十分にとる。</p> <p>◇気付いた生徒たちには、考え方のキーワードを考えさせることで、自己の思考を深めさせるとともに、他者の気付きの手助けとしたい。</p> <p>◇A を揃える生徒と、B を揃える生徒が考えられるが、一方は丁寧に扱い、一方は簡単に触れる程度とする。</p> <p>◇外的思考を伴う操作活動の手順を丁寧に説明させることで、自己の気付きをさらに洗練させたい。</p> <p>◇等式の性質を用いて考えていることを確認する。</p>

	<p>2つの条件を比べると [B]の個数が7個の差で、重さが56kg違う よって、B 1個は8kg これをどちらかの条件に代入すると A 1個は5kg</p> <p>【式で考える】</p> <p>1 A 2個とB 3個の重さの合計が42kg もとの条件から $2x + 5y = 50$ 新たな条件から $2x + 3y = 42$ 2つの式の差は、$2y = 8$ よって、$y = 4$ $y = 4$をどちらかの式に代入すると $x = 15$</p> <p>2 A 3個とB 4個の重さの合計が47kg もとの条件から $2x + 5y = 50$ \downarrow 両辺を3倍すると $6x + 15y = 150$ 新たな条件から $3x + 4y = 47$ \downarrow 両辺を2倍すると $6x + 8y = 94$ 2つの式の差は、$7y = 56$ よって、$y = 8$ $y = 8$をどちらかの式に代入すると $x = 5$</p> <p>3 A 1個の重さはB 1個の重さより18kg重い</p> <p>【式で考える】</p> <p>もとの条件から $2x + 5y = 50$ 新たな条件から $x = y + 18$ \downarrow yを移項すると $x - y = 18$ \downarrow 両辺を2倍すると $2x - 2y = 36$ 2つの式の差は、$7y = 14$ よって、$y = 2$ $y = 2$をどちらかの式に代入すると $x = 20$</p>	<p>◇形式的な表現にとらわれるのではなく、モデルを想起させながら、式で考え方を確認していく。</p> <p>◇「連立二元一次方程式」、「連立二元一次方程式の解」という語彙を定義するとともに、連立することの意味や、解の意味について確認する。</p> <p>◇1、2を振り返り、「どちらか一方の文字の係数を揃えて、差に着目すれば、連立二元一次方程式の解が求められる。」ことを、生徒たちに試行錯誤させ、言葉でまとめさせて加減法の概念の理解を深めたい。</p> <p>◇加減法で考える生徒と、代入法で考える生徒の二通りが予想されるが、加減法で考えている生徒を取り上げる。代入法で考えている生徒については、モデルで代入法の概念を捉えた後に、取り上げるものとする。</p>
課題の定着・発展		

<p>【モデルで考える】</p> <p>もとの条件から</p> <p>新たな条件から</p> <p>↓ A 1個をB 1個と18 kg に置き換えると</p> <p>もとの条件は</p> <p>Bの個数が7個で、重さが14 kg よって、B 1個は2 kg これをどちらかの条件に代入すると A 1個は20 kg</p> <p>○振り返りカードの記入</p>	<p>◇ 「$-B$」など新たなモデルを定義させないことで、代入法の概念の気付きへの手立てとしたい。</p> <p>◇ 「連立二元一次方程式の解は、どちらか一方の文字を消去し、一元一次方程式をつくれば求められる。」ことを生徒たちに試行錯誤させ、言葉でまとめさせることで加減法、代入法の概念の理解を深めたい。</p> <p>◇ 「加減法」、「代入法」という語彙を定義する。また、加減法の加法に着目させることで、次時への課題意識を高めたい。</p>
--	---

(4) 評価

「どちらか一方の文字の係数を揃えて、差に着目すれば、連立二元一次方程式の解が求められる。」、「連立二元一次方程式の解は、どちらか一方の文字を消去し、一元一次方程式をつくれば求められる。」ことを自ら見いだすとともに、これらの考え方を自分の言葉でまとめ、加減法、代入法の概念の理解を深めることができたか。