第３学年　数学科学指導案

３年３組　男子 22 名　女子 18 名　計 40 名
指　導　者　　　竹　森　翔　祐
【授　業】13：30～14：20 会場　　学　習　室（４階）
【協議会】14：30～15：20 会場　　マルチ教室（３階）

１　単元名　三平方の定理

２　単元について

（１）単元設定の趣旨

　三平方の定理は、直角三角形の３辺の関係を表しており、空間図形や実生活の様々な場面で活用される。中学校数学の図形領域における重要な定理であり、これまで学習してきた平行線や角の性質、合同な図形、相似な図形などの平面図形の性質の知識を統合して理解する内容である。よって三平方の定理を学習する際には、様々な図形の性質を証明することの延長として三平方の定理を扱うのではなく、直角三角形だからこそ成り立つ関係の美しさと平面図形や空間図形の計量において多くの場面で活用されることに触れさせたい。小学校から中学校第２学年までの「図形」領域においては、直角三角形の斜辺、長方形や直方体の対角線の長さや正三角形などの高さなどに関することがらについて、図形そのものは取り上げるものの、求めるための手段がないために詳しく取り扱っていない。そのことが、第３学年で三平方の定理を学ぶことで解決されることになる。線分の長さを求めることができれば、さらに面積や体積を求めることにつながったり、相似な図形も用いれば直接測ることのできない距離なども求めたりすることができるようになる。本単元では、３年間の図形の性質や関係を振り返りながら学習することで、改めて図形の構成要素に着目させ、図形に対する見方を一層豊かにすると考える。また日常生活で解決したい場面を既習の図形の性質が利用できる形に理想化したり単純化したりして、数学的に表現・処理し問題を解決することで、数学を日常生活でも使おうとする意欲の高まりにつながると考える。

（２）生徒の実態

　生徒はこれまでに、図形の計量に関して、第１学年では、扇形の弧の長さと面積、基本的な柱体、錐体及び球の表面積や体積を求めてきた。第３学年では、新しい数として平方根を見いだすとともに、相似な図形では図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質を根拠に辺の長さや角の大きさについて求めてきた。特に平方根の学習の導入では、格子点を用いて、点Ｏから各点までの長さを求めさせることで、点Ｏから各点までの長さを求めるためには、その線分を１辺とする正方形の面積を求めることが解決につながることに気付き、長さを表すために用いられている根号の必要感やよさを実感することができた。このように、今まで求めてこなかった長さを求めさせる際に、既習を根拠に考えたり、演繹的に確かめたりすることで、論理的に考察し表現する力が高まってきていると考えられる。

（３）指導の構え

　本単元の導入では、今までの図形の学習で、どのような数量を求めたか、求めていないかを考えさせることで、直角三角形の斜辺や長方形の対角線、三角形の高さなどを求めることができていないことに気付かせた。そして、これらの求めていない数量を求めることはできないのか、求めるとしたらどれから求めていけばよいかと問うことで、直角三角形の斜辺を求めることができれば、他の数量も求めることができることに気付かせた。このようにどの数量から求めるか生徒に順序を決めさせたことで課題意識は高まってきている。そこで本時では、前時で生徒が決めた課題である「直角三角形の斜辺はどのように求めればよいか」について考える。まずは直角をは

さむ２辺が２㎝、５㎝の直角三角形の斜辺を求めることで、平方根の単元で、求めたい線分を１辺とする正方形の面積を用いて求めたことを想起させる。そして、直角をはさむ２辺の長さがどんな長さでも求められるのかと問うことで、文字式を用いて、三平方の定理を自ら見いだせることができると考える。次に今まで定理を証明する際、１つの方法だけでなく、複数の方法を考えさせてきた経験から、本時でも「証明方法はこの方法しかないのだろうか」と問う。そうすることで既習を振り返り、今までの学びを整理し、他の証明方法を見いだそうとすると考える。

三平方の定理は３年間の図形の学習の最後に位置付けられている。だからこそ、今までの学びを整理させ、学ぶ順序を自ら決め課題をつくり出していく過程を大切にしたい。また、既習を用いて解決することができる数学のよさを用いて、多様な証明方法を考えさせたい。そうすることで、特定の見方・考え方に固執するのではなく、柔軟に思考し、事象を多様な視点から捉え、それらを比較するなどして新しい考えを創造しようとする態度を養っていくことができると考える。

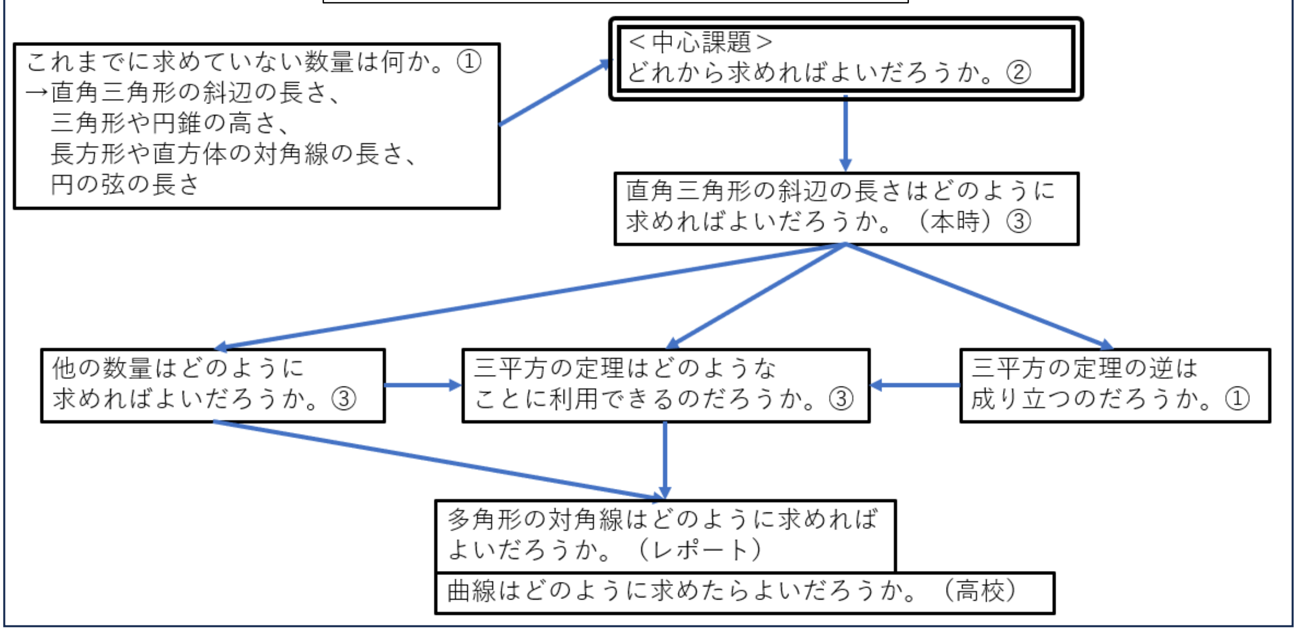
３　研究主題・副題との関連

次の①～③を、単元を通して行うことができる生徒を「自立した学習者」とした。

①今までの学習を振り返り、課題を見いだす。 ②何から解決したらよいか見通しを立てる。 ③既習を用いて課題を解決する。

この①～③を本単元において詳しく整理したものが、以下の「自立した学習者を育成する単元構成図」である。

「自立した学習者」を育成する単元構成図



４　単元の目標

○　三平方の定理の意味を理解し、それが証明できることを知っている。（知識及び技能）

○　三平方の定理を見いだし、具体的な場面で利用することができる。（思考力、判断力、表現力等）

◎　三平方の定理のよさを実感し、三平方の定理について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、問題を振り返って検討しようとしたりする。（学びに向かう力、人間性等）

５　全体計画（全９時間）

（１）　三平方の定理・・・・・・・・・・・・・・・・３時間（本時２／３）

（２）　三平方の定理の逆・・・・・・・・・・・・・１時間
（３）　三平方の定理の利用・・・・・・・・・・・５時間

時	学習活動	評価規準・評価方法
1	○　これまでの図形の学習を振り返り、求められる数量やこれから求めたい数量について考える。	態度①：行動観察、ノート記述、振り返り ・既習の図形の性質や数量の関係を振り返り、まだ求めていない数量について考えようとしている。
2 本 時	○　直角三角形の斜辺の長さについて考える。	思考・判断・表現①：行動観察、ノート記述 ・平方根の学習で求めたい線分を１辺とする正方形の面積を用いたことを想起させることで、三平方の定理を見いだすことができる。 態度②：ワークシート、行動観察、振り返り ・求めていない数量を見いだし、解決する順序を決め、既習を用いてどのように求めればよいか考えようとしている。
3	○　求めていない数量を、三平方の定理を用いて求める。	知識・技能①：行動観察、ノート記述 ・三平方の定理の意味を理解することができる。 思考・判断・表現②：行動観察。ノート記述 ・具体的な場面で、三平方の定理を活用することができる。 態度③：ワークシート、行動観察、振り返り ・求めていない数量を見いだし、解決する順序を決め、既習を用いてどのように求めればよいか考えようとしている。

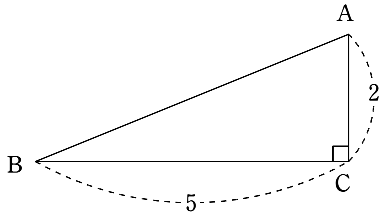
６　本時の学習（全２／９時間）

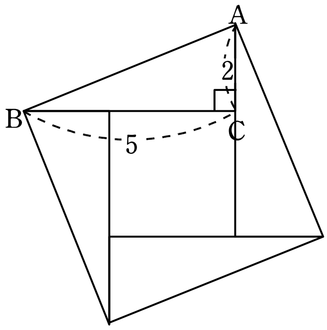
（１）指導目標

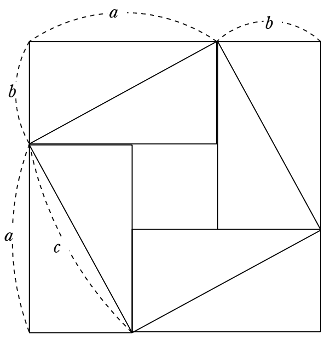
・平方根の学習で求めたい線分を１辺とする正方形の面積を用いたことを想起させることで、三平方の定理を見いだすことができる。　【思考力・判断力・表現力】
・求めていない数量を見いだし、解決する順序を決め、既習を用いてどのように求めればよいか考えようとしている。　【主体的に学習に取り組む態度】

（２）展開

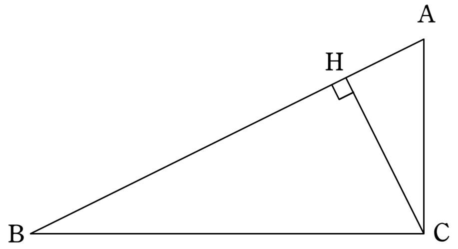
学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
１　前時の確認 ○まだ求めていないものは何だろうか。 ・長方形の対角線の長さ ・直角三角形の斜辺の長さ ・正三角形の高さ ・ひし形の１辺の長さ ・円の弦の長さ ・錐体の高さ ○この中でどれを求めたいか。 ・直角三角形の斜辺の長さ ・長方形の対角線の長さ	・前時に、今までにどのような数量を求めたか、求めていないかを分類し、何から求められそうか考えたことを想起させることで、課題意識を高めたい。
直角三角形の斜辺はどのように求めればよいのだろうか。	

<table>
<tr>
<td>
2　△ＡＢＣの斜辺について考える。
○ＢＣ＝５㎝、ＣＡ＝２ｃｍの△ＡＢＣの斜辺ＡＢを求める。


○解答
・ＡＢを１辺とする正方形をつくると、面積は
$5 \times 2 \div 2 \times 4 + (5-2)^2 = 29$
よって、ＡＢの長さは$\sqrt{29}$ｃｍ


3　直角三角形の斜辺の長さを一般化する。
・縦を a ,横を b ,斜辺を cとする直角三角形の斜辺を１辺とする正方形の面積を求めると
全体の正方形の面積から、四隅の直角三角形の面積を引くと、
$c^2 = \frac{1}{2}ab \times 4 + (a-b)^2$
整理すると、
$c^2 = a^2 + b^2$


</td>
<td>
・どのような情報があれば、斜辺が求められそうかと問うことで、縦と横の長さで斜辺の長さが決まることに気付かせ、縦２ｃｍ、横５ｃｍの△ＡＢＣの斜辺を求めるところから考えさせる。
・手が止まっている生徒には、マス目の書かれたワークシートを用意し、そのシートに△ＡＢＣを書かせることで、平方根での学習を想起させたい。
・平方根での学習で、求めたい線分を１辺とした正方形の面積を用いれば、求めたい線分の長さを求められたことを想起させ、斜辺を１辺とする正方形をかき、面積を求めれば、求めたい長さが求められることに気付かせたい。
・ＡＢの長さが求められた生徒には、直角をはさむ２辺の長さがどんな長さでも求められるのかと問うことで、文字式を用いて一般化する考えを促し、三平方の定理の公式を見いださせたい。
・一般化できている生徒には、他の求め方はないのかと問うことで、正方形をつくる考え方以外に、既習内容を使ってどのように証明できるのか考えさせたい。
・全体で一般化の考えを確認した後、ペアでどのように定理が導かれたか説明させることで、理解の定着を図りたい。〔個⇔ペア〕
</td>
</tr>
<tr>
<td>
4　他の証明方法がないか、既習内容から考える。
・補助線を引き、相似な三角形をつくる。
・等積変形
・規則性
</td>
<td>
・今まで図形の性質や定理を証明する際、１つの方法だけでなく、複数の方法を考えてきたことから、他の証明方法はないのかと問うことで、既習を振り返り、今までの学びを整理し、他の証明方法について考えさせたい。
〔今の自分⇔過去の自分〕
・他の証明方法が思い付いた生徒には、キーワードとして、既習の何を用いればよいか、全体に発言してもらうことで、思いついていない生徒への手立てとしたい。〔個⇔全体〕
</td>
</tr>
</table>

５　他の方法で証明する。 〇相似な直角三角形をつくる証明 直角Ｃから斜辺ＡＢに垂線を下ろし、交点をＨとする。  ＡＨ＝x, ＢＨ＝y とする。 △ＡＢＣ∽△ＣＢＨより　ＡＢ：ＣＢ＝ＢＣ：ＢＨ よって、$a : c = x : a$ したがって　$x = \frac{a^2}{c}$ 同様に、△ＡＢＣ∽△ＡＣＨより　$y = \frac{b^2}{c}$ $x + y = c$ なので、$\frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} = c$　よって $a^2 + b^2 = c^2$	・証明の見通しが立てられていない生徒には、相似な図形はあるかと問うことで、補助線の必要性を感じさせたい。 ・相似の学習で、直角三角形に垂線を加えると、相似な直角三角形ができたことを想起させ、相似な関係から、対応する辺の比に着目させ、解決の手立てとしたい。 ・教師の方から、この定理の証明方法は１００種類以上あることを告げ、既習の内容でも合同な図形、等積変形などを用いれば、証明できることを話すことで、新たな性質でも既習を用いて証明できるという数学のよさを感じさせたい。
６　振り返り	・それぞれの方法で、既習の何を使ったのか確認することで、既習の内容で新たな関係を証明できたことを実感させたい。

（３）学習評価の観点

・平方根の学習で求めたい線分を１辺とする正方形の面積を用いたことを想起させることで、三平方の定理を見いだすことができている。【思考力・判断力・表現力】（発言・ノート記述）

・求めていない数量を見いだし、解決する順序を決め、既習を用いてどのように求めればよいか考えようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】（発言・ノート記述）

６　授業観察の視点

・今までの学習を振り返り、課題を解決させるための手立てとして、既習を想起させる問いは適切であったか。

・生徒が自ら課題を見いだし、その課題を生徒が順序付けて解決させていく単元構成は「自立した学習者」を育成する上で有効であったか。