

数学科における「見方・考え方」を働かせて、「深い学び」を実現する授業づくり

教科の本質
未知の問題を解決する力の育成

「深い学び」
数学的な「見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力の育成

何ができるようになるか

学びに向かう力、人間性等

- ・ 数学のよさを実感し、数学を活用して粘り強く考え、生活や学習に生かす力
- ・ 問題解決の過程を振り返って評価・改善する態度

知識及び技能

- ・ 数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則などの理解
- ・ 事象を数学化する技能
- ・ 数学的に解釈する技能
- ・ 数学的に表現・処理する技能

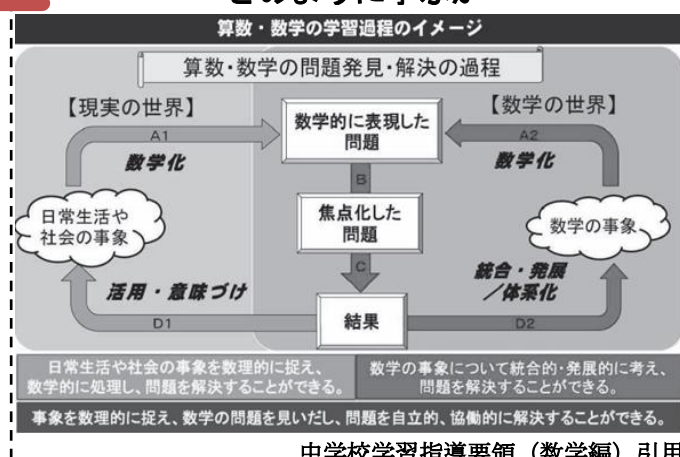
思考力、判断力、表現力等

- ・ 事象を数学を活用して論理的に考察する力
- ・ 数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力
- ・ 数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力

何を学ぶか

- 数学の世界に関する項目
- ① 数の概念及びその範囲の拡張
 - ② ユークリッド空間
 - ③ 関数
- 現実の世界に関する項目
- ④ 不確定な事象
 - ⑤ 文字を用いた式
 - ⑥ 数学的な推論
- ①～④の学習を支える項目
- ⑦ 数学的に表現すること
 - ⑧ 数学的に説明し伝え合うこと

どのように学ぶか



中学校学習指導要領（数学編）引用

働かせる

確かで豊かに

数学的な「見方・考え方」

事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉える	論理的に考える	統合的に考える	発展的に考える
・ 数量、図形に着目する ・ 数量、図形で表現する ・ 数量や図形の関係に着目する など	・ 帰納的に考える ・ 順序よく考える ・ 根拠を明らかにする（演繹） など	・ 関連付ける ・ 既習の事柄と結び付ける ・ 一般化する など	・ 適用範囲を広げる ・ 条件を変える ・ 新たな視点から捉え直す など

1 「深い学び」を実現する単元構成

本校数学科では、生徒が大人になって、新しい課題にぶつかったとき、過去に体験した課題解決の場面を想起しながら、課題解決方法を見いだせるような「未知の問題を解決する力の育成」を目指している。しかし、既に完成されている数学的事実を伝達するだけでは、そのような力は身に付かない。数学的知識・事実がどのように構成され、どのように創造されていったのか、その過程に触れたり、身に付けた知識・技能を日常生活の場面で活用、発揮したりすることで、生徒に数学の有用性や数学を学習する価値が認識され、数学のよさが感じられるのではない。

数学の学習では、自分でやったところを自分で確認することができる。間違えたところは元に戻って考えればその間違いがわかる。間違いなく正しいということも自分で確認することができる。これは他教科にはない数学の特徴である。したがって、生徒が既習の数学を生かすことで、問題解決につながったと実感したり、自分の取組を確認したり、修正したり、そのよさを味わったりすることができるような単元を構成する必要がある。そのために、教師が行うべきことが二つあると考える。一つ目は、その単元で行う既習事項の洗い出しである。小学校ではどのような過程で、どのような内容を学習したのか。そして、中学校ではその学習をどのように発展させているのかを明確にしておくことで、その単元で働かせたい数学的な「見方・考え方」や、その学習の有用性に気付くことができる。二つ目は、指導と評価の計画の作成である。生徒にどのような疑問を抱かせ、どのような課題を設定するのか。そして、その解決の過程から何を学ばせたいのかを明確にするためである。

以上二つの準備を行うことで、「深い学び」がより実現されるのではないかと考える。

2 「見方・考え方」を働かせる問い

授業の中で、生徒が問題を発見・解決する際、数学的な「見方・考え方」を働かせるために、教師の「問い」が重要になると考える。例えば、三角形の内角の和が 180 度であることを説明する際には、いくつかの三角形の内角の和を調べて「どんなきまりがあるか」（帰納）と問う場合と、三角形の内角の和が 180 度であることを、一つの三角形に補助線となる平行線を引くことで「どんなことを根拠に考えられるか」（演繹）と問う場合が考えられる。これらは、内容に関わる「問い」ではなく、生徒自身がこれから生きていく際に必要な「見方・考え方」を働かせる「問い」である。このような「問い」を以下のように整理し、授業で意識することで、生徒たちが次第に自発的に「見方・考え方」を働かせ、問題を発見・解決できるようにしたいと考える。

数学的な「見方・考え方」	発問例
事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉える	・式（図）を使って表せないか＜図形化・数量化＞ ・式（図）からどんなことが分かるか＜多面的な見方＞
論理的に考える	・どんなきまりがあるか＜帰納＞ ・どんなことを根拠に考えたか＜演繹＞ ・どんなことが分かればよいか＜演繹＞
統合的に考える	・分かっていることと同じようにできないか＜類推＞ ・共通なことは何か＜抽象化＞ ・まとめていえることはないか＜統合＞ ・いつでもいえるようにできないか＜一般化＞
発展的に考える	・簡単にわかりやすくいえないか＜理想化・単純化＞ ・条件を変えたらどうなるか＜発展＞ ・新しい問題が見付けられないか＜発展＞

【参考文献】

- ・「数学的な考え方の具体化と指導」（明治図書）片桐重男
- ・「数学の授業づくり」（明治図書）玉置崇
- ・「主体性の高まりをめざして」（富山大学出版会）富山大学人間発達学部附属中学校

実践事例 1

第 1 学年「空間図形」での実践

1 単元名 空間図形

2 本校研究と本実践の関わり

視点① 「深い学び」を実現する単元構成

小学校では、主に柱体について図形の構成要素に着目し、見取り図や展開図をかいたり、表面積・体積等を求めたりしている。中学校では柱体に加えて、錐体・球についても新たに学習する。よって単元構成するにあたって「小学校での学習の上に立って、新たな空間図形の理解を深めること」を大切にしたい。生徒にとって新たな疑問が出てきたときに解決するための手立てとなるのは既習である。既習を根拠とすることで他者に説明しても納得させることができ、自分で解決することができたという達成感につながるのではないかと考えられる。

本単元において錐体・球の構成要素を観察し分類したり、見取り図や展開図をかいたりすることは、小学校で直線や面の関係について考察しているの、比較的容易に理解しやすと思われる。しかし、錐体・球の体積を求めるとなると、生徒はどこに着目すればよいか悩むと予想される。そこで、錐体の体積を考察する場面では、正四角柱から一部を切り取って正

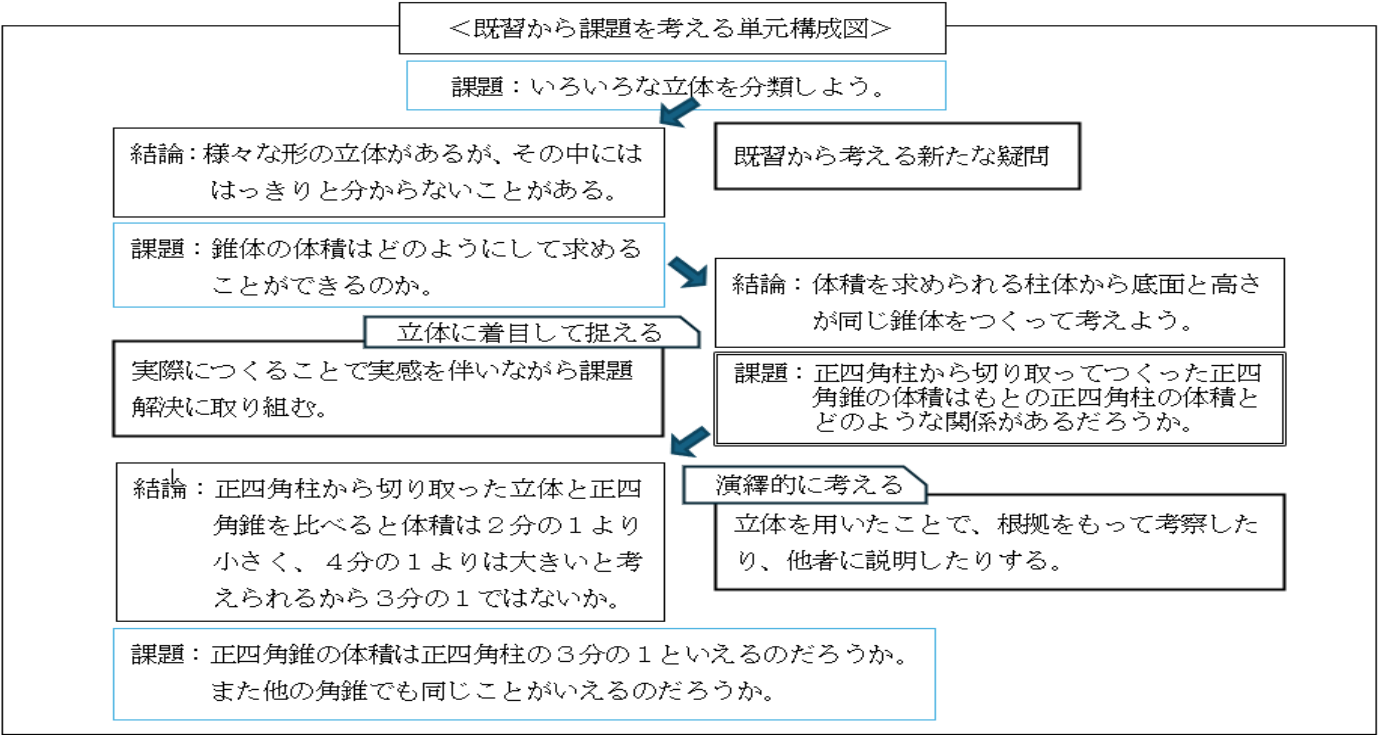
四角錐の模型をつくる活動を取り入れることで、正四角柱と正四角錐の体積の関係を見いだすことができるようにした。正四角柱から切り取った立体を観察し、正四角錐と比較することで、正四角柱と正四角錐の体積の関係について、根拠をもって考察したり、他者に説明したりすることができると考えた。

このように既習を基に根拠をもって、他者に説明することで、一人一人の課題意識が高まり、深い学びの実現につながるのではないかと考えた。

視点② 見方・考え方を働かせる「問い」

本単元では、直観的に捉えたことに対して、筋道立てて論理的に考察することを大切にしたい。よって、本単元で使う数学的な「見方・考え方」とそれぞれ働かせるための「問い」を以下のように整理した。

数学的な「見方・考え方」	発問例
立体に着目して捉える	立体を使って説明できないだろうか。
論理的に考える	どんなことを根拠に考えたか。＜演繹＞
統合的に考える	立体を変えても同じことはいえるだろうか。



3 実践

(1) 単元について

本単元については、小学校で学習した柱体の既習内容を基に、錐体や球の空間における面や辺の位置関係や表面積・体積についての理解を深めていく。その際に、観察や操作、実験等の活動を通して、直観的な理解を大切にしつつも、論理的に筋道を立てて推論したり、その過程を立体の模型や図を用いて分かりやすく表現したりすることを重視していきたい。単元の導入では、いろいろな立体を提示し、観察・分類させる。そこで、生徒に「何か疑問点はないか」と問うことで、「柱体の表面積や体積は求められるけど、錐体はどのように求めればいいのか」、「展開図はどうなるのか」等、いくつか疑問が出てくると想定される。第8時では、生徒の疑問から出た「錐体の体積はどのように求めればよいか」を課題として、授業を展開することにした。錐体は柱体とは異なり、底面が高さの分だけ積み重なった立体

ではないのでどのように考えればよいか悩むと予想される。そこで生徒に「正四角柱を切り取り正四角錐をつくることはできるか」と問うことで、底面と高さが等しい正四角柱と正四角錐の関係に目を向けさせる。また、立体をつくらせることで、切り取った残りの立体にも目を向けさせるようにする。そして、生徒は残った立体を組み合わせたり、見比べたりすることで何か関係がないかと探す。「2分の1より小さい」や「4分の1より大きい」等の意見が出てくると想定されるので、どのように考えたか根拠を問うことで、生徒は立体を用いて根拠を明らかにして説明しようとする考える。このように立体を操作・観察するという小学校で大切にしている直観的な面も大切にしながら、既習である柱体を基に考察させることで、生徒がもっている知識を活用し、それを根拠として説明しようとする意欲の高まりにつなげたい。さらに他者に説明する活動を通して、論理的に考察することのよさを実感させたい。

(2) 指導と評価の計画（全14時間）

- ① いろいろな立体・・・3時間
- ② 空間における図形・・・3時間
- ③ 立体の表面積と体積・・・5時間（本時8／14）

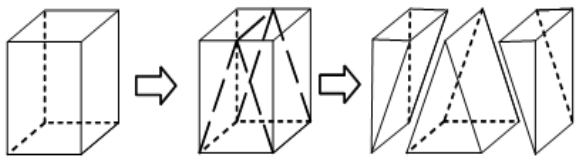
時	学習課題	評価規準・評価方法
1	○正四角柱から正四角錐をつくろう。	態度①：行動観察、ノート ・正四角柱から正四角錐をつくるためにどのように切り取ればよいかを考えようとしている。
2 本 時	○正四角柱から切り取ってつくった正四角錐の体積は元の正四角柱の体積とどのような関係があるだろうか。	思考・判断・表現①：行動観察、ノート ・切り取った立体を用いて、正四角柱と正四角錐の体積の関係を説明できる。 態度②：行動観察、振り返りカード ・正四角柱と正四角錐の関係を見出そうとしている。
3	○錐体の体積はどのように求めればよいだろうか。	知識・技能①：行動観察、ノート ・錐体の体積を求めることができる。
4	○錐体・球の表面積はどのように求めればよいだろうか。	知識・技能②：行動観察、ノート ・錐体、球体の表面積を求めることができる。
5	○球体の体積はどのように求めればよいだろうか。	知識・技能③：行動観察、ノート ・球体の体積を求めることができる。 思考・判断・表現②：行動観察、ノート ・正四角柱や正四角錐を用いて球体の体積の関係を説明できる。

- ④ 立体の表し方・・・3時間

(3) 本時の指導目標

- ・ 2つの立体の体積について正四角柱から正四角錐をつくったことを用いて、自分の考えを説明することができる。
(思考・判断・表現等)
- ・ 作成した立体を考察したり比較したりして、正四角柱と正四角錐の体積の関係を見いだそうとしている。
(主体的に学習に取り組む態度)

(4) 展開

学習活動と予想される生徒の反応	
1 正四角柱からどのように正四角錐をつくったのか。	・ 正四角柱と底面と高さが等しい正四角錐を作った。 ・ 斜めに切って、三角柱を作り、その後また上の辺の中心から切って作った。
手順①	
手順②	
2 正四角柱から正四角錐を作ったのはなぜか。	・ 正四角錐の体積を考えるため。 ・ 正四角柱は体積を求められるからそこから正四角錐の体積を考えることができそうだから。
正四角柱から切り取ってつくった正四角錐の体積はもとの正四角柱の体積とどのような関係があるだろうか。	
3 正四角錐と正四角柱の体積の関係について考える。	・ 見た目から正四角柱の2分の1になりそう。 ・ 手順①でできた立体で半分になっているが、そこからまだ切り取っているから正四角柱の2分の1より小さい。 ・ 手順①と手順②で2回切り取っているから正四角柱の4分の1になると思う。 ・ 手順②では高さが同じ立体ができるが底面がない形になっているので正四角錐の方が体積が大きいから4分の1より大きくなる。

- 4 正四角柱と正四角錐の体積の関係をより明確に考える方法について考えよう。
 - ・ 切り取った立体から正四角錐をつくることができればよい。
 - ・ 正四角錐の頂点をずらして違う形の四角錐にすればもっと考えやすくなりそう。
 - ・ 正四角錐の頂点を正四角柱の辺上にもっていけばわかりやすい。
 - ・ 正四角錐の頂点を正四角柱の頂点にもっていけばよい。
- 5 4で考えた立体を作って確かめてみる。
 - ・ 同じ形の錐体3つで同じ高さの四角柱ができるから3分の1になる。

新たな疑問

 - ・ 他の角錐や円錐でも同じことがいえるだろうか。
- 6 振り返り

4 成果と課題

視点① 「深い学び」を実現する単元構成

本単元で大切にすることは、新たな疑問に対して既習から関係性を見だし根拠をもって考察していくことである。実際に正四角柱を切り取って、正四角錐の立体の模型をつくることで立体の見た目だけで関係性を判断するのではなく、根拠をもって説明すると想定し、授業を展開した。以下は実際の授業の記録である。

【授業場面】課題提示後の場面

T：正四角柱と正四角錐の体積にはどのような関係があると予想しましたか。

S1：正四角柱を切り取って正四角錐をつくったから正四角柱より正四角錐の方が体積は小さい。

S2：形をみると半分くらいの大きさになりそう。

S3：2回の手順で中心から斜めに切り取ったから4分の1になりそう。

T：今、半分や4分の1くらいになると考えている人がいたけど、これらの意見に対して何かあるかな。

S4：半分よりは小さいと思う。

T：どんなことを根拠に考えたの。

S4：手順①で切り取った立体を組み合わせると残った立体と同じ形の三角柱をつくることができます。つまり、残った三角柱が四角柱の半分の体積になるので、そこからまた手順②で切り取って正四角錐をつくったから半分よりは小さいと思います。

(多くの生徒がうなずく)

T：他に意見はあるかな。

S5：見た感じ、手順②で切り取った立体と正四角錐では正四角錐の方が大きいから4分の1よりは大きいと思うな。

S6：でも見た目だけだと本当に小さいか分からないよ。～4分の1について話し合う～

T：図形を使って考えを説明できる人はいるかな。

S7：切り取った立体を組み合わせると正四角錐の底面がないような形になっているからその分小さいと考えることができそうだ。

S8：手順①と②で切り取った立体から正四角錐をつくることができそうじゃないかな。

まだうまくは考えられてないけど…。

(話し合いが続く)

T：そしたら今のみんなの考えだと正四角錐の体積は正四角柱の体積の半分より小さく、4分の1よりは大きいという考え方でいいかな。

(多くの生徒がうなずく)

この場面では、模型を実際に作ったことで正四角柱と正四角錐の見た目ではなく、手順①で切り取った立体を組み合わせると残った立体と比べることで、体積が半分より小さいことを根拠を明らかにして見いだすことができた。以下の内容は、生徒が書いた振り返りカードである。

前に作った図形を使って、
1/4倍や1/2倍に1/4倍や1/2倍をくわに調べることでできた。

どのように図形を変形させたら正四角錐が正四角柱の何倍か何分の1かが分かった。

切り取った立体から1/4倍より小さく、1/2倍よりは入るかなと分かった。

自分で問いに対する答えも考えることができた。
また、友達と考える時はお互いに分からない所などの共有もして、問いに向かって考えることができた。

授業場面や生徒の振り返りカードにあるように、小学校で習ったことを踏まえて、根拠をもって考察したり、他者が納得するように説明をしたりすることができた。

視点②「見方・考え方」を働かせる「問い」

本時の展開例で「見方・考え方」を働かせる場面は「正四角錐の体積が正四角柱の体積の2分の1や4分の1にならないことは、何を根拠に考えたのか」という疑問に対してであると考えた。授業場面のように正四角錐の体積は正四角柱の体積の半分より小さいことは手順①で切り取った立体と三角柱が等しいことから説明することができた。しかし、4分の1より大きいということは見た目で判断している生徒が多かったが、「立体を使っ

て説明することができないか」と問うことで、切り取った立体を組み合わせてできた立体と正四角錐の底面の違いに注目したり、手順②で切り取った立体を4つ組み合わせて正四角錐をつくって考えたりする生徒が見られた。以下の内容は、本時の授業で、生徒が書いた振り返りカードである。

最初は1倍だと思いましたが、友達の話を聞いて3倍という視野も見えて、いろんな人の意見を聞いて、たくさん新しい発見をしたいと思います。

自分はずよりも大きいのはなんでしょうか、聞いていましたが、
おてな、とあることがありました、威面についてか、いちはんなど
くしました、次はずでしたとこから面談をしたいと思います

いろいろな図形の組み合せや分けたりすることからより小さく、より大
きいところが出てきました。計算式が何かが分かれば解けると思うので
回数を増やしたいと思います。

“様々な説日月の位置がわかった。自分は、遠く木星イデヲを持ち
いろんな方向が考えることができた”

生徒の振り返りカードにあるように、最初は見た目から直観的で根拠が曖昧な説明であったが、「何を根拠に考えたか」と問うことで、切り取った立体を組み合わせて、正四角錐と比べるなど、根拠を明らかにして説明しようとする姿をみることができた。

これらのことから、既習内容から理解を深めていくことは新たな疑問に対する問題解決の糸口になることや、根拠を明らかにして説明することが他者を納得させることにつながることを実感し、疑問に対して自分で考察して解決していこうとする意欲を高めることが確認できた。

このような学びを積み重ねることで、生徒は疑問に対し、既習を用いて「見方・考え方」を働かせることで、自ら問題解決に取り組む力が身に付くのではないだろうか。

(授業者 小川 浩太郎)

実践事例 2

第3学年「円」での実践

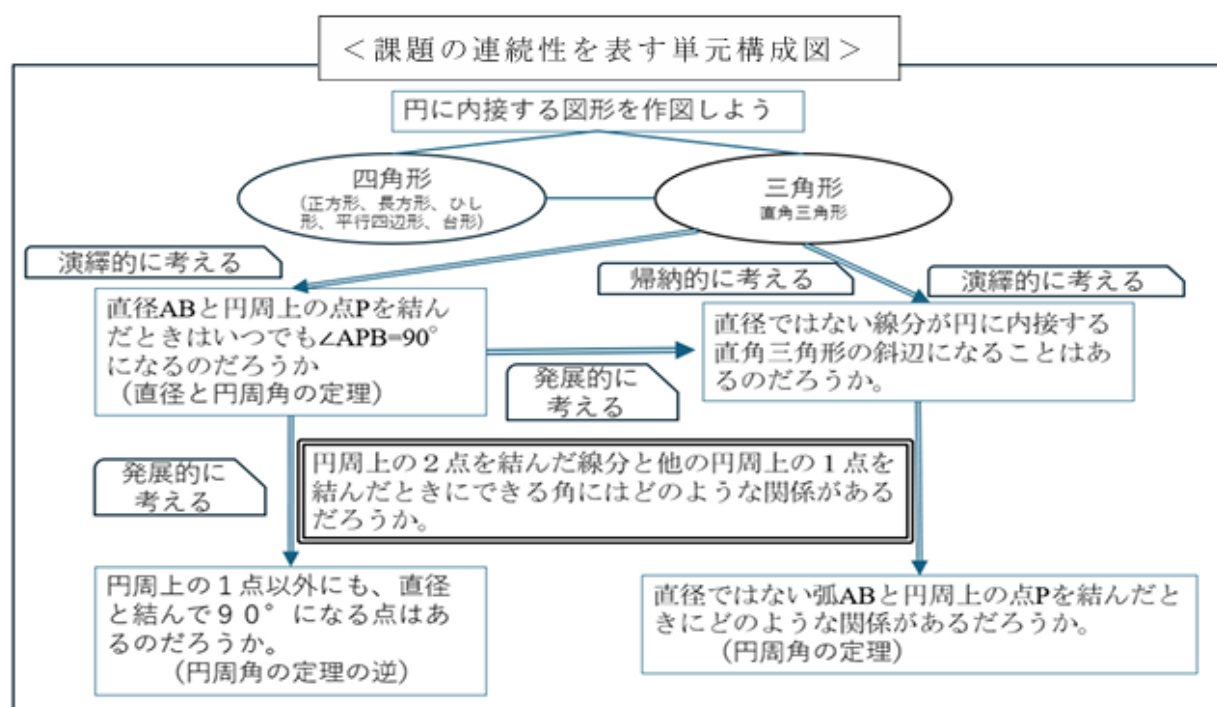
1 単元名 円

2 本校研究と本実践の関わり

視点①「深い学び」を実現する単元構成

「深い学び」を実現するために大切にしていることは2つある。1つは課題意識の高まりである。与えられたものを解くだけは、課題意識は高まらない。問題を解決する過程で出てきた自分の中から沸き起こる疑問が、それを解決したいという気持ちにつながるのではないかと考える。本単元では、まず「円に内接する図形を作図しよう」という問題のもと、正六角形の作図を行い、次に特別な四角形の作図を行う。どの四角形の作図においても、四角形の性質の逆を根拠として、作図の方法を説明できるので、生徒は自ら問題を解決すると考える。そして次に直角三角形の作図を

行う。直角三角形においても四角形を作図したことから、自ら作図方法を見いだすことができると考える。しかし、作図することによって新たな気づきや疑問も生まれる。本単元では、このように課題意識を高めるためには生徒にどこで疑問を抱かせるのかを大切に単元構成を行った。もう1つは課題の連続性である。課題は単体で解決していくものではなく、課題を解決する過程でうまれたり、課題を解決したあとに新たな課題がうまれたりすると考える。本単元では、直角三角形の作図を起点として、新たな疑問を導き、その疑問から「円」の単元全体の構成をつくっていくことにした。そうすることで、生徒自らが課題を見付け、必要感をもって課題を解決することにつながると考えた。



視点②数学的な「見方・考え方」を働かせる「問い」

本単元では、「深い学び」を実現するために単元構成を工夫したことから、本単元で使う数学的な「見方・考え方」とそれぞれを働かせるための「問い」を以下のように整理できると考える。

数学的な「見方・考え方」	発問例
論理的に考える	・まとめていえそうなことはないか。 ・いつでもいえるだろうか。 ・根拠は何だろうか。
発展的に考える	・条件を変えると何がいえそうか。

この「問い」は教師からの「問い」の場合もあるが、生徒自身からでてくる「問い」の場合もあると考える。どちらから出てくる「問い」なのかを想定したうえで、授業に取り組む必要があると考えた。

3 実践

(1) 単元について

本単元で学習する図形「円」は、身近な図形の1つであり小学校から学習している。第3学年では、数学的な推論の過程に着目し、円の性質について学習することになる。通常、単元の導入では、カメラの位置調べやストリングアート等、観察や操作・実験によって見だし、円の性質について証明することが多い。しかし、これらの実験や観察は、自ら見いだした課題ではなく、教師が場面を設定したうえで、見いだした課題である。中学校1、2学年で、新たな課題を見いだすときに、今までの学習をもとに、説明できていない点や疑問点を見付け解決してきた経験から、教師が与えた場面設定から出てくる疑問は、課題を与えられた感覚が強く、自ら解決したいとの意欲につながりにくいことも想定される。そこで、本単元では、既に学習した作図をきっかけとして、円の性質に気付かせ、既習を用いて考察していく。

本単元の導入では、円に内接する多角形の作図として、まずは小学校で学習した正六角形、次に正方形、長方形の作図を考えさせる。長方形では、既習を利用

し、円周上で直角を作図する方法と、長方形の性質を利用し直径を2本交わるようにひく方法と2通りの意見が出てくる。どちらも根拠が明らかな作図方法であるため、生徒は納得感をもって作図をする。第2時では、円に内接する直角三角形の作図について考える。直角三角形の作図も、前時の学習を踏まえ2通りの意見が出てくると予想される。そして「この2つの方法から気付くことはないか」と問うことで、円に内接する直角三角形では、斜辺が直径になっていることや、直径と円周上の1点を結べば直角をつくることのできる（直径と円周角の定理）ことに気付くと考えられる。しかし、またそれと同時に直径以外で直角三角形の斜辺となる線分はないのか、直径と円周上の1点を結べば本当にいつでも90°なのかについて疑問に思う生徒も出てくると予想される。そこで、これらの疑問を取り上げ、その課題を解決していく。このように1つの課題から新たな課題を見だし解決していく過程は、生徒が将来、未知の課題にぶつかったときに、自ら課題を見付け、解決していくうえで、必要であると考え。本単元では、課題を連続的に捉え、自ら課題を見付ける活動を意図的に設けることで、生徒の生きて働く力の育成へとつなげたい。そうすることで、既習の知識と円の性質を相互に関連付けて整理したり体系化したりでき、既習を生かすよさや数学を問題解決に活用しようとする態度を一層のぼすことができると考える。

(2) 指導と評価の計画（全14時間）

① 円周角の定理 6時間（本時2／6）

時	学習課題	評価規準・評価方法
1	○円に内接する図形(正六角形、正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形)を作図しよう。	知識・技能①：行動観察、ノート ・小学校で学習した図形の性質を利用して、正方形、長方形、台形をかくことができる。 思考・判断・表現①：行動観察、ノート ・円と内接する四角形(正方形、長方形、台形)の作図の仕方を、四角形の性質を根拠として、説明することができる。

2	○円周上の2点を結んだ線分と他の円周上の1点を結んだときにできる角にはどのような関係があるだろうか。	思考・判断・表現②：行動観察、ノート ・円に内接する直角三角形を作図することで、半径と円周上の1点を結ぶ線でできた角の大きさが常に90°になることを見だし、根拠を明らかにして証明することができる。 態度①：ノート、振り返りシート ・円に内接する直角三角形を作図し気付いたことや疑問点を見いだしたことから、それらの疑問点について演繹的な考え方や帰納的な考え方をを用いて解決しようとしている。
3	○弧ABと円周上の1点Pを結んでできた角は、点Pが円周上のどこであっても常に一定であることをどのように説明したらよいだろうか。	思考・判断・表現②：行動観察、ノート ・第2時の「直径以外に円に内接する直角三角形の斜辺は存在しないのだろうか」の疑問から反例を見いだそうとした図から、弧と円周を条件を変えると何がいえるかについて考え、弧と円周上の1点を結んでできた角の大きさが常に一定であることを見だし、根拠をもとに証明することができる。 態度②：ノート、振り返りシート ・円周角の定理を見だし、そのことがらについて粘り強く証明しようとしている。
4	○半径ABと円周上にない1点Pを結んでできる角で 90° になる点はあるのだろうか。	知識・技能②：行動観察、ノート ・円周角の定理の逆を利用して、4点が1つの円周上にあるかどうかを判断することができる。 思考・判断・表現④：行動観察、ノート ・第3時で学習した円周角の定理を条件を変えたらどうなるか発展的に考え疑問を見いだすことができる。 ・円周角の定理の逆を証明することができる。
5	○等しい弧に対する円周角の大きさは、一定になるだろうか。	思考・判断・表現③：行動観察、ノート ・円周角と弧の定理を証明することができる。また円周角と弧の定理を利用して、図形の性質を証明することができる。
6	○第1次から第4次までで学習した定理をもとに、演習問題を行う。	態度③：学びの足跡 ・学びの足跡を通して、学習したことを自分の言葉で説明しようとしている。

② 円周角の定理の利用……………3時間

(3) 本時の指導目標 (2/6)

- ・円に内接する直角三角形を作図することで、直径と円周上の1点を結ぶ線でできた角の大きさが常に 90° になることを見だし、根拠を明らかにして証明できるようにする。(思考・判断・表現等)
- ・円に内接する直角三角形を作図し気付いたことや疑問点を見いだしたことから、それらの疑問点について演繹的な考え方や帰納的な考え方をを用いて解決しようとしている。(主体的に学習に取り組む態度)

(4) 展開

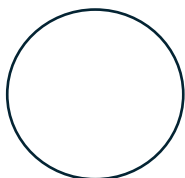
学習活動と予想される生徒の反応

1 前時の復習をする。

- ・円に内接する正方形は半径を1本引いて、中心を通る垂線を引くことで作図できた。
- ・円に内接する長方形は2通り方法があった。

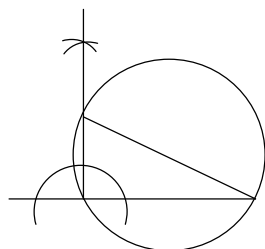
2 次の問題について考える。

円に内接した直角三角形
はどのように作図すれば
よいだろうか。



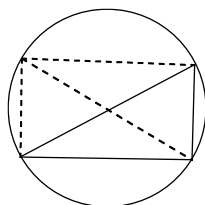
<方法1>

- ・直角を作図してから、
交点を結べばよい。



<方法2>

- ・前回の授業で長方形は半径を2本ひくことでつくる
ことができたから、直角三角形は
半径と円周上の1点を結べばよ
い。



3. 2つの方法から気付くことや疑問はないか考える。

- ・方法2を使えば、直径と円周上の1点を結べば、
 90° の角をつくることができる。
→直径と円周上の1点を結ぶといつでも 90° に
なるのだろうか。(疑問①)
- ・方法1、方法2ともに直径が必ず斜辺になって
いる。
→直径以外で直角三角形の斜辺となる弦はないのだ
ろうか。(疑問②)

円周上の2点を結んだ線分と他の円周上の1点を
結んだときにできる角にはどのような関係がある
だろうか。

4 3で出てきた疑問について解決する。

[疑問①について]

$$\bullet + 2 \circ = 180^\circ$$

$$\circ + \bullet = 90^\circ$$

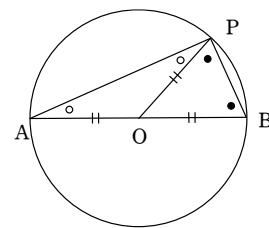
だから直径と円周上の点

結ぶと必ず 90° になる。

- ・これは2年生のときの二等辺三角形のところで
学習した。

[疑問②について]

- ・実際にかいてみたら、 90° になる場合はなさそう
- ・ 90° になる場合はなさそうだけでも、弧がきま
れば、角度は常に一定になりそう。



5 振り返りシートの記入

4 成果と課題

視点①「深い学び」を实践する単元構成

本単元で大切にしたいことは、生徒の疑問から課題を解
決していく単元構成である。「円に内接する図形を作図す
るためにはどうすればよいのか」という導入の疑問から、
この単元の学習がすべてつながるように工夫した。本時
で示した展開例がそのうちの1つである。円に内接する
直角三角形を作図したことにより、新たな疑問が2つ出
てくると想定し授業を展開した。実際の授業でも、この
2つの疑問がでてきた。その実際の授業場面が次の通り
である。

【授業場面①】

T:円に内接する直角三角形は、いくつか作図の仕方があ
りましたが、これらを見て気付くことがありますか。

S1:長方形をつくったら直角三角形ができるから、直径
とどこか1点があれば必ず直角三角形になる

T:なるほど。こういうことに気付くわけですね。では
この気付くことをみて、逆に疑問だなと思うことはあ
りますか。

S2:円の直径と1点を結ぶと直角三角形になるといって
いるけど、直径を通らない三角形で直角三角形になら
ないものは本当にないのか疑問

(多くの生徒がうなずく)

S3: 直径と1点を結ぶと、どこに1点をとっても必ず 90° になるといえるかな。直径を2つ結べば円に内接する長方形ができるので、どこに点をとってもいいといえそうだけど・・・。

T: なるほど。ではみなさんからはこの2つの疑問がでてくるわけですね。

S2の疑問は、直径と円周角の定理の逆、S3の疑問は直径と円周角の定理に関わる場所である。生徒には解決しやすい見通しがもてる疑問から解決するよう促したところ、S3、S2の順で解決していくことになった。

直径と円周角の定理は、一般的には円周角の定理を学習したあとに特別なパターンとして学習することが多いが、今回のような単元構成にしたことで、既習事項から自ら見いだすことが確認できた。

視点②「見方・考え方」を働かせる「問い」

本時の展開例の授業において、「見方・考え方」を働かせる必要がある場面は、「円に内接する直角三角形の斜辺は直径以外に存在しないのか」という疑問に対してであると考へた。以下は、実際の授業場面である。

【授業場面②】

T: みんなはどのように解決しようとしている？

S: 反例をさがしている。

T: なるほど。反例が見つければ直径以外の斜辺が存在するというものですからね。では引き続き各自考えてください。

(~~~~反例をさがす~~~~)

T: 反例どうやって探している？

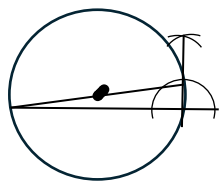
S4: 円の中心近くに線を引いて

90° を作図したら、斜辺

が円の中心を通らないのでは

と考へたが、実際作図したら、円の中心を通ったので、反例が見つかりませんでした。

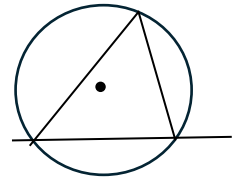
T: なるほど。反例になるかもと考へた図を作図したけど、斜辺が直径を通ってたんですね。



S5: 直径でない線分と1点を結んで直径になる三角形がないか、いくつかつくってみました

まだそのような三角形は見つかっていません。

T: なるほど。見つからなかったか。S6さんも似たようなことやけど、ちょっと違うやり方で探していたね。

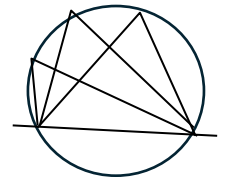


S6: (図をかいてから)

円の中心を通らないように

三角形を書いてみたんですけど

どれも 90° になりません。



T: なるほど。この図おもしろいね。ここを固定したと。

そして、S5さんのようにたくさん三角形を書いてみた。

本当に全部 90° になっていなかったか？

S6: はい。でも全部は調べられていない。

T: ねえみんなこれやったら全部調べられそう？

こういう考え方って数学的な考え方のうちどのような考え方だったか？

S: 帰納的！

この場面では、どうやったらこの疑問を解決できるかについての疑問を深め合っている。授業では、反例を探すために帰納的な考え方を働かせることで、偶然に見つけるのではなく、根拠をもって説明できることを確認したことから、次のような生徒の感想があった。また、この疑問を解決するために別の方法がないかと考へている生徒も複数いた。

<生徒の感想>

円aの中心を通らずに直角三角形をかいてはダメな気がして、自分aの方法では、固定している部分がない分、探せばいいけど、右端の方法では探せばいい気がして、ダメな気がした。

証明のしかたも、反例があるかわからなかったけど、とある人から、図形を書いたりして、少しづつ考へていきました。たぶん、自分の意見には、自分が思いつかなかった面白いものがある、自分の考へに取り入れることができていました。この後は、どう考へていけばいいかがよく分らない。

円に内接する直角三角形について、学習を使って考へて、こわいけど、帰納的考へ方では、全1やりの入変り、全1のパターンをやってみることを証明はできると思

反例をつくろうといふ3年生は直角三角形をつくるともどれも中点を通ったのが疑問に思った。反例を考えるのにもいろいろ方法があったのか面白かった。反例を考えること以外の方法で証明はできるのか疑問に思った。背理法かな。

いつでも90°であるということをいうときに円の性質を上手く使っているのか分かりやすかった。いろいろ方法はあると思いますが分かりやすい説明をする。また、反例を示そうとするにしてもいろいろな考え方、求め方がある。自分にはない考え方を他の生徒から学べた。

また、この時間の次の授業でも、自ら課題を見付け、どのように解決していくかについて、「見方・考え方」を働かせていた場面があったので、以下に挙げる。

【授業場面③】

T: 前回の授業でS6さんは、次のような図をかいて、反例を探していたね。この図を見て、気付くことはありますか。

S7: 全部同じ角度になりそう。

S8: 線分の反対側にある角度は違いそう。

S7: でも、線分の同じ側は全部同じじゃない？

(ほとんどの生徒がうなずく)

T: どうやって証明する？

S: 一般化！

(このあと、円周角の定理の証明を行った。その際、直径と円周角の定理で証明したことを生かし、演繹的な考え方を働せて、自力解決をしていた。)

このように3年生にもなると、「見方・考え方」を働かせる明確な「問い」をこちらから投げかけなくても、自分で問いをもち、自らその問いを解決するために、「見方・考え方」を働かせる場面が増える。

なお、この単元において、教師が明確な「問い」を投げかけたのは次の授業場面である。

【授業場面④：円周角の定理を学習したあとの授業】

T: これまでの学習を振り返って、条件をかえたら他にいいようなことや、疑問に思ったこと等がありますか。

S7: 円周上ではない点と結んだらどのような関係があるのかな。

S8: (1つ前の単元で学習した) 相似との学習のつながりはないのかな。

S9: 円周角の定理の逆は成り立つのかな。

T: なるほど。では、どれから解決していきますか。

このように条件を変えて考える「問い」を意図的に設

定したことで、円周角の定理から角の大小や、円周角の定理の逆が成り立つのかについて、生徒自身が疑問を見だし、課題意識を高め、次の疑問を解決していこうとする意欲を高めること確認できた。

これらのことから、教師ができることは、課題によって、教師から投げかける明確な「問い」が必要な場面と生徒自らが疑問に向き合える場面とを判断し、できる限り、生徒自身が自分で問いをもち、解決していけるような経験を積み重ねることだと考える。そうすることで、最終的には、自ら疑問を見だし「見方・考え方」を働かせながら自分で解決する力が身に付くのではないだろうか。

(授業者 竹内 真理子)

IV 実践研究のまとめ

数学科で5年間実践してきた主な単元及び学習内容は下記の通りである。(研究紀要掲載の授業のみ)

【A 数と式】

二次方程式	平方根の考え方を基に、根拠を明らかにしながら平方完成の解き方を見いだすことができるようにする。
-------	---

【B 図形】

図形の移動	麻の葉模様の二等辺三角形に着目し、1回の移動で重ね合わせることができる図形を考えることで、2つの合同な図形を移動の見方で捉え説明できるようにする。
空間図形	正四角柱から一部を切り取って正四角錐をつくることで、2つの立体の体積の関係を切り取った部分の体積を基に、根拠を明らかにして説明できるようにする。
円	円に内接する直角三角形を作図することで、直径と円周角の1点を結ぶ線でできた角の大きさが常に 90° になることを見だし根拠を明らかにして説明できるようにする。

【C 関数】

一次関数	二酸化炭素濃度と時間の関係について、比例の性質との共通点や相違点について、表、式、グラフなどを用いて根拠を明らかにしながら説明できるようにする。
------	--

【D データの活用】

データの分析	紙の形が正方形と長方形では、どちらが滞空時間が長いかを実際に収集したデータに基づき、根拠を明らかにして討論することで、データを多面的に捉え批判的に考察できるようにする。
標本調査	ルーラーキャッチの結果と与えられた標本を比較することで、無作為に抽出する必要性を、根拠を明らかにして説明できるようにする。

上記の実践から数学科における『「見方・考え方」を働かせ、『深い学び』を実現する授業づくり』について、解明されたことを本校で進めてきた研究の2つの視点からまとめる。

1 「深い学び」を実現する単元構成

「深い学び」を実現するために、教師が行うべきことは「単元で扱う既習事項の洗い出し」と「指導と評価の計画の作成」の2つと考え実践してきた。「既習事項の洗い出し」では、生徒が既に身に付けている知識から、どのような「見方・考え方」を働かせば、ねらいを達成できるのかを想定することができ、生徒の知識が構造化できるような単元構成をつくることができた。「指導と評価の計画の作成」では、この課題が解決できたら、次はどのようなことを考えるかを整理し、課題に連続性をもたせることで、獲得した知識や考え方に有用性を感じ、必要感がある課題を生徒から導き出すことができた。また、生徒の中から出てくる課題を単元構成図として整理することで、生徒の疑問に応じて、教科書と指導の順序を変えるなど柔軟な指導が可能であることが確認できた。今後も継続して生徒が既習事項を使ってどのように考えられるのかを基に単元構成を行っていきたい。

2 「見方・考え方」を働かせる「問い」

本校数学科では、未知の問題を解決する力の育成のため、課題に対し自力解決させることを意識して授業を行なってきた。どのように問えば、どの数学的な「見方・考え方」が働くのかを整理し、意識して問うことで、既習の考え方を想起させ解決へ導くことができた。

研究の当初は、授業のねらいに応じて、教師が「見方・考え方」を働かせる問いを行い、本当に働くのか実践で試していた。後半になると生徒に、数学的な「見方・考え方」にはどのようなものがあるかを提示し、課題を解決するためにどの「見方・考え方」を働かせたのか、意図的に意識させた。そうすることで新たな課題に向き合ったときも、生徒自身が自分で数学的な「見方・考え方」を働かせて課題を解決しようとする様子が授業やレポート課題等で見取ることができた。今後の実践においても継続していきたい。